

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»  
ІНСТИТУТ ПРИКЛАДНОГО СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ  
КАФЕДРА МАТЕМАТИЧНИХ МЕТОДІВ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ

На правах рукопису  
УДК 519.816

До захисту допущено  
В. о. завідувача кафедри ММСА  
О.Л.Тимошук  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 2019 р.

## **Магістерська дисертація**

на здобуття ступеня магістра за спеціальністю 124 Системний аналіз  
на тему: «Управління ланцюгами поставок з використанням методів підтримки  
прийняття рішень»

Виконав:

студент II курсу, групи КА-381 мп  
Сокирко Назар Олегович

\_\_\_\_\_

Керівник: доцент кафедри ММСА  
д.т.н, доц. Недашківська Н.І.

\_\_\_\_\_

Рецензент:

\_\_\_\_\_

Засвідчую, що у цій магістерській дисертації  
немає запозичень з праць інших авторів  
без відповідних посилань  
Студент \_\_\_\_\_

Київ  
2019

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
 «КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»  
 ІНСТИТУТ ПРИКЛАДНОГО СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ  
 КАФЕДРА МАТЕМАТИЧНИХ МЕТОДІВ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ

Рівень вищої освіти — другий (магістерський)  
 Спеціальність — 124 «Системний аналіз»

ЗАТВЕРДЖУЮ

В. о. завідувача кафедри ММСА

О. Л. Тимошук

«\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2019 р.

### ЗАВДАННЯ

на магістерську дисертацію студента Сокирка Назара Олеговича

**1. Тема дисертації:** «Управління ланцюгами поставок з використанням методів підтримки прийняття рішень», науковий керівник дисертації Недашківська Надія Іванівна, д.т.н., доцент, затверджені наказом по університету від «\_05\_» листопада\_ № \_3825-с\_\_

**2. Термін подання студентом дисертації:** 13 грудня 2019 р.

**3. Об'єкт дослідження:** управління ланцюгами поставок

**4. Предмет дослідження:** задача багатокритеріальної підтримки прийняття рішень, аналіз важливості інформації в ланцюгу поставок

**5. Перелік завдань, які потрібно розробити:**

1) дослідити сучасний стан та особливості управління ланцюгами поставок та оптимізації у вирішенні проблеми оцінювання інформації в ланцюгах поставок;

2) розробити алгоритм аналізу системи управління ланцюгом поставок на основі ієрархічної моделі підтримки прийняття рішень для розв'язання багатокритеріальних задач;

3) пошук даних для застосування в програмі;

4) розробити стартап-проект виведення на ринок результатів дослідження;

5) розробити концептуальні висновки за результатами наукового дослідження.

## 6. Орієнтовний перелік графічного (ілюстративного) матеріалу:

- 1). Ієрархічна структура проблеми вибору найкращої альтернативи (рис. 2.1);
- 2). Локальні ваги критеріїв рішень, отримані різними методами (рис. 3.7);
- 3). Структурна схема алгоритму оцінювання важливості типів інформації (рис. 3.1);
- 4). Приклади функціонування створеного програмного продукту (рис.3.8-3.11);
- 5). Таблиці у розділі стартап-проекту.

7. Дата видачі завдання: 05 вересня 2019 р.

## Календарний план

№ з/п	Назва етапів виконання магістерської дисертації	Термін виконання етапів магістерської дисертації
1.	Концептуальний вступ дисертації. Формулювання об'єкта, предмета, цілі, завдань, новизни, практичної значущості результатів	18.03.2019—20.03.2019
2.	Перший розділ. Огляд літературно-інформаційних джерел. Понятійно-категоріальний апарат.	21.03.2019—30.03.2019
3.	Другий розділ. Розробка алгоритм аналізу системи УЛП на основі ієрархічної моделі ППР.	31.03.2019—16.04.2019
4.	Третій розділ. Огляд методів та моделей аналізу ієрархі на основі нечітких оцінок експертів.	17.04.2019-25.04.2019
5.	Четвертий розділ. Пошук даних для застосування в програмі. Тестування програми.	26.04.2019—02.05.2019
6.	П'ятий розділ. Стартап-проект	03.05.2019—06.05.2019
7.	Концептуальні висновки. Перспективи розвитку отриманих рішень	07.05.2019—10.05.2019

Студент

Н.О.Сокирко

Науковий керівник дисертації

Н.І.Недашківська

## РЕФЕРАТ

Магістерська дисертація: 106 с., 10 табл., 20 рис., 27 джерел.

МЕТОДИ ПІДТРИМКИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ, ІЄРАРХІЧНІ МОДЕЛІ КРИТЕРІЇВ РІШЕНЬ, УПРАВЛІННЯ ЛАНЦЮГАМИ ПОСТАВОК, ПРІОРИТЕТНІСТЬ РІЗНИХ ТИПІВ ІНФОРМАЦІЇ ЛАНЦЮГУ ПОСТАВОК.

Об'єкт дослідження: управління ланцюгами поставок.

Предмет дослідження: задача багатокритеріальної підтримки прийняття рішень, аналіз важливості інформації в ланцюгу поставок.

Мета магістерської дисертації: розробка алгоритму оцінювання важливості інформації в системі управління ланцюгом поставок.

Програмні засоби: мова програмування R.

Результати: в даній роботі розглянуті рішення для оцінювання важливості інформації в ланцюгах поставок. В процесі виконання випускної кваліфікаційної роботи були проаналізовані підходи і методи класифікації інформації. За результатами дослідження був розроблений алгоритм аналізу системи управління ланцюгом поставок на основі ієрархічної моделі підтримки прийняття рішень для розв'язання багатокритеріальних задач.

Напрямок подальших досліджень: удосконалення алгоритму, удосконалення програмного продукту.

## **ABSTRACT**

Master's Thesis: 106 p., 10 tabl., 20 fig., 27 sources.

**METHODS OF SUPPORTING DECISION MAKING, HIERARCHIC MODELS OF CRITERION CRITERIA, MANAGEMENT OF SUPPLY CHAINS, PRIORITY OF DIFFERENT INFORMATION TYPES OF INFORMATION.**

Object of the study: supply chain management.

Subject matter of the study: multicriteria decision support, analysis of the importance of information in the supply chain..

Purpose of the thesis: development of an algorithm for evaluating the importance of information in the supply chain management system.

Technologies: R programming language.

Results: in this work were considered solutions to evaluate the importance of information in supply chains. In the process of completing the final qualification work, the approaches and methods of information classification were analyzed. According to the research, an algorithm for analyzing the supply chain management system was developed based on a hierarchical model of decision support to solve multicriteria problems.

The direction of the future research: improving the algorithm, improving the software product.

## ЗМІСТ

<b>ВСТУП</b> .....	8
<b>РОЗДІЛ 1 УПРАВЛІННЯ ЛАНЦЮГАМИ ПОСТАВОК</b> .....	10
1.1 Визначення ланцюга поставок та управління ланцюгами поставок .....	10
1.2 Основні концепції підтримки прийняття рішень при управлінні ланцюгами поставок.....	21
1.3 Висновки за розділом .....	30
<b>РОЗДІЛ 2 МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ ПІДТРИМКИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ</b> .....	31
2.1 Метод аналізу ієрархій (MAI) .....	31
2.2 Інтерпретація пріоритетів за допомогою теорії графів .....	34
2.3 Неприводимі матриці .....	37
2.4 Узгодженість.....	41
2.5 Реакція на збурення та фундаментальна шкала .....	46
2.6 Етапи MAI.....	50
2.7 Висновки за розділом .....	56
<b>РОЗДІЛ 3 МЕТОДИ І МОДЕЛІ АНАЛІЗУ ІЄРАРХІЙ НА ОСНОВІ НЕЧІТКИХ ОЦІНОК ЕКСПЕРТІВ</b> .....	57
3.1 Оцінювання узгодженості інтервальної матриці парних порівнянь.....	57
3.2 Ранжування інтервальних ваг .....	59
3.3 Моделі обчислення інтервальних ваг на основі інтервальної матриці парних порівнянь.....	62
3.4 Результати аналізу моделей обчислення інтервальних ваг .....	67
3.5 Висновки за розділом .....	69
<b>РОЗДІЛ 4 УПРАВЛІННЯ ЛАНЦЮГАМИ ПОСТАВОК ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ МЕТОДУ АНАЛІЗУ ІЄРАРХІЙ</b> .....	71
4.1 Класифікація та основні принципи управління ланцюгами поставок.....	71
4.2. Опис алгоритму для оцінювання ступеню важливості інформації в системі управління ланцюгом поставок.....	74

4.2.1. Оцінювання якості експертної інформації .....	75
4.2.2. Розрахунок агрегованих за моделлю ваг альтернатив рішень .....	80
4.2.3 Розв’язання практичної задачі. ....	82
4.3 Висновки за розділом .....	91
<b>РОЗДІЛ 5. РОЗРОБЛЕННЯ СТАРТАП-ПРОЕКТУ .....</b>	<b>92</b>
5.1 Опис ідеї проекту.....	92
5.2 Технологічний аудит проекту.....	94
5.3 Аналіз ринкових можливостей запуску стартап-проекту .....	97
5.4. Висновки за розділом .....	101
<b>ВИСНОВКИ .....</b>	<b>102</b>
<b>ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАНЬ .....</b>	<b>103</b>

## ВСТУП

В умовах сучасної світової економіки багато транснаціональних корпорацій, компанії-виробники розміщують замовлення на заводах своїх численних постачальників-субпідрядників в рамках міжнародної кооперації. Подібний розвиток світового виробництва призвів до часткової втрати контролю над поставками, що приводить до додаткових фінансових витрат, затримок в поставках і невиконання контрактних зобов'язань.

У разі міжнародних угод купівлі-продажу управління ланцюгами поставок має свої специфічні особливості, так як товар зобов'язаний пройти через досить чітко встановлений режим експортно-імпортних процедур відповідно до міжнародних правил, зовнішньоторговельним, митним і валютним законодавством країни експортера, імпортера. Управління ланцюгами поставок й логістику можна розуміти як інструмент, що забезпечує підготовку, проведення і завершення комерційних операцій. При цьому сама угода купівлі-продажу розуміється як відправний пункт, після якого вибудовуються всі відносини з управлінням виробництвом, закупівельно-постачальницької діяльністю, що включає в себе забезпечення виробництва необхідними матеріально-технічними ресурсами, транспортуванням і складуванням елементів матеріально-технічного постачання, управлінням запасами і оптимальної за часом видачою всього, що необхідно виробництва для підтримки його ритмічності і якісного виготовлення готової товарної вугільної продукції.

Мета, завдання управління ланцюжками (ланцюгом) поставок - забезпечення інтеграції, координації окремих ланок ланцюга: закупівель



вихідної сировини, матеріалів, компонентів, їх доставки, зберігання на складах в межах виробничого циклу і поставки товару до кінцевого споживача.

У ланцюжках поставок часто необхідно доставляти товар за зовнішньоторговельними контрактами відповідно до міжнародних правил перевезення, проходити експортно-імпорتنі процедури. Подібні ланцюжки поставок можуть містити логістичні центри по розподілу, складу виробника, проміжні склади в країні відвантаження, транзиту, митні склади. Як правило, в ланцюжок поставок великих компаній-виробників залучено безліч учасників з різних секторів економіки: постачальники, субпідрядники, дочірні компанії-виробники вихідної сировини, матеріалів, компонентів; безпосередньо виробник або кілька виробників кінцевого продукту-товару; транспортно-експедиторські компанії, перевізники і т.д.

Одним із ключових показників в ланцюгу поставок являється інформація. Від ефективного аналізу і розподілення вхідної інформації залежать ключові фактори успіху компанії.

В даній дисертації було запропоновано алгоритм для аналізу системи управління ланцюгом поставок в основу якого було взято ієрархічну модель підтримки прийняття рішень. Були розглянуті функціональні можливості розробленої СППР для розв'язання багатокритеріальних задач, коли вхідною інформація - оцінки суб'єктів ланцюга поставок.

Магістерська дисертація складається з чотирьох розділів.

## **РОЗДІЛ 1 УПРАВЛІННЯ ЛАНЦЮГАМИ ПОСТАВОК**

### **1.1 Визначення ланцюга поставок та управління ланцюгами поставок**

З недавніх часів весь світ визнає управління ланцюгами поставок ефективним для боротьби на конкурентному ринку. Ланцюг поставок (ЛП) може бути поділений на 5 основних процесів: «закупівля, виробництво, розподіл, контакти із замовником, і планування».

Для найкращої відповідності запитам споживачів, між суб'єктами ланцюгу поставок з'являються колективні відносини, що націлені на покращення роботи розподілу запасами та оптимізації процесу переміщення товару. Експерти ланцюга постачання мають брати до уваги, що інтереси споживачів можуть динамічно змінюватись, контролювати обсяг продуктів на складі, розумно та ефективно керувати робочими потужностями підприємства та управляти постачанням. Головні переваги, які може надати ланцюг поставок являється постановка більше стабільного процесу виробництва, мінімізація грошовим і часових затрат відповідно до умов замовника.

Якщо розглядати ланцюг поставок більш узагальнено, то можна зробити висновок, що він націлений на оптимізацію закупівлі, виробництва, розподілу контактів із замовником та планування. Керування ЛП представляє собою багато процесів створених задля аналізу для досягнення стратегічних цілей підприємства.[5]

Деякі науковці досліджували наскільки важлива інформація та її якість задля оптимізації результативності ланцюга поставок. Якщо суб'єкти ланцюгу

поставок спілкуються, то це допомагає руху матеріальних благ ЛП, оптимізації зберігання товару, вирішує проблему ефективного прогнозу попиту споживачів. Один з ключових факторів успішної ЛП – активна взаємодія усіх учасників ЛП, задля постійного обміну інформацією.

Варто підмітити, що не уся інформація, що надходить є достатньо корисною для допомоги у прогнозуванні, та для того, що суб'єкти ЛП могли прийняти рішення. Як приклад, можна розглянути, що споживчий інтерес чи інформація про фінансові інформації більш важлива для продавців, які продають роздрібні товари, а для заводів та фабрик ця інформація не є такою актуальною, як про якість продукту чи інвентарю. Можна побачити, що якщо виробники мають централізований обмін інформацією, то вони завжди від цього виграють. Чого не можна сказати про торговців, які продають в роздріб. Саме тому, як наслідок, були розроблені спеціальні стимули для торговців, які торгують в роздріб, задля якнайбільшого їх заохочення та стимулювання до обміну інформацією. Зазвичай, інформацію класифікують на 3 види: інформація про продукт, відомості про попит споживачів та відомості про фінансову діяльність, іще відома інформація про інвентаризацію. Класифікація може бути змінена, адже дуже залежить від виду діяльності об'єктів, які приймають участь у ланцюгу поставок.

Термін УЛП (управління ланцюгами поставок) знайомий людству з давніх давен, хоча і зараз серед дослідників не дійшли консенсусу щодо питання як правильно визначати цей термін. Одні схиляються до думки, що УЛП зв'язано з операційною діяльністю підприємства і тому пов'язують цей термін з фінансовими потоками. Інші думають, що УЛП - допомагає комплексно управляти підприємством. Зараз приведемо декілька найпопулярніших визначень УЛП:[6]

УЛП – це низка підходів, що вирішують проблему поєднання суб'єктів підприємницької діяльності, серед яких: виробники, постачальники, продавці та інші. УЛП, аналізуючи загальні вимоги клієнту до неї, дає змогу максимально ефективно доставити правильний продукт в те місце, в той час при цьому з оптимальними часовими і фінансовими затратами.

Визначення ланцюгу поставок може бути так – ланцюг поставок являє собою велику кількість ланок, що зв'язані одна з одною товарними інформаційними і грошовими потоками. Він бере початок з моменту купівлі тої чи іншої сировини для виготовлення кінцевого продукту у продавця та кінчається передачею вироблених товарів або послуг кінцевому споживачу за матеріальну винагороду. Такі ланки можуть належати будь-кому: 1-й організації, чи їй та компаніям з якими вона співпрацює, кінцевим споживачам та багатьом іншим. Більше поширеним випадком є включення до ЛП декількох суб'єктів діяльності.

Так як ринок розвивається дуже швидкими темпами та жорстка конкуренція вступає у гру, то відмінна якість обслуговування клієнтів стає необхідним завданням для більшості компаній. Для того, щоб не втратити позицій на ринку сучасній компанії конче необхідно оптимізувати всі свої процеси задля мінімізації ціни на продукт - починаючи з постачання сировини до якісного клієнт-орієнтованого сервісу для споживачів. Для того, щоб вирішити цю задачу зазвичай топ-менеджмент компаній звертає увагу на УЛП.

УЛП складається з наступних етапів: [24]

#### 1. Планування.

На цьому етапі зазвичай планується звідки буде поступати сировина для виробництва. Загалом планується уся система: аналізується споживчий попит,

робиться план необхідних запасів для виробництва, на цьому етапі має вирішитися яким чином буде відбуватися логістика та дистрибуція. Звісно тут же обговорюється плановий обсяг, який планує виробляти підприємство, обсяги закупки сировини та продукції, що вже буде готова.

Піднімається питання про самостійне вироблення товару чи можливо буде вигідніше закуповувати його у контрагентів.

## 2. Закупівля

На цьому етапі аналізуються головні аспекти керування поставками, проводяться тендери на співробітництво для контрагентів, проводиться обов'язковий аналіз якості наданого товару, підписуються основні договори з майбутніми партнерами. Іще сюди відносять такі етапи як купівля, логістичні моменти, контроль логістики, встановлення на збереження до оприбуткування. Важливо не забути, що вся активність пов'язана з управління поставками товарів і послуг має бути приведена у відповідність з планом споживчого попиту.

## 3. Виробництво.

Цей процес охоплюють усі технологічні аспекти по виробленню товару чи продукту (послуги), контроль змін у технологічній сфері, обов'язково робиться схема та план для контролю за всіма виробничими потужностями підприємства.

Також на цьому етапі мають бути пропрацьовано методи контролю за якістю виробленого товару, має бути побудований графік змін на виробництві та інше. Тут же мають бути обговорені усі специфічні аспекти виробництва, усі нюанси роботи мають бути враховані відповідно до сфери діяльності компанії.

Мають бути записані всі процедури та цикл виробництва, має бути зрозуміло кількість складських приміщень, якщо вони необхідні та обсяг вироблення продуктів.

#### 4. Доставка.

Даний етап цілком і повністю присвячений логістичним аспектам управління підприємства. Під цим розуміється створення скрипту для приймання замовлень, повністю сформована фінальна ціна, остаточно має бути вирішена конфігурація товару. Також на цьому етапі розглядають методи роботи з клієнтською базою (наприклад, CRM), має бути створена спеціальна база даних, в якій можна контролювати наявність товарів та цін на них. Контроль складів передбачає, що буде продуманий цикл робіт із вибору правильного товару, постановка процесу упакування, підготовка потрібної упаковки для споживача, а також комплекс робіт по відвантаженню продуктів. Зазвичай процес контролю логістикою залежить від внутрішньодержавного регулювання товаропотоками задля доставки та контролем якості процесу доставки. Як і на минулих етапах, обов'язковою умовою є приведення процесів управління запасами, доставкою, транспортуванням та іншим у відповідність із попитом споживачів.

#### 5. Повернення.

На цьому етапі розглядаються варіанти дій, якщо підприємство стикається з бракованим, дефектним чи якимось іншим товаром, яких необхідно повернути. Сюди ж входить і післяпродажне обслуговування споживачів, які обслуговуються у компанії. Мають бути розроблені такі процеси як створення заявки на повернення, складання графіку для них, а також має бути розглянута можливість вторинної переробки дефектних чи повернутих товарів для зменшення втрат підприємства.

Зазвичай, коли говорять про оптимізацію ЛП, то мають на увазі, що наступні задачі мають бути вирішені:

1. Зменшення часу на планування і максимізація варіативності планування за допомогою надання якісної і своєчасної інформації.

2. Бачення ключових партнерів та конкурентів, за рахунок чого будуть оптимізовані затрати. Також контроль якості товарів, що закуповуються, спілкування з контрагентами без великих затримок.

3. Зменшення витрат на виробництво, що досягається шляхом оптимізації продуктових потоків. Має бути максимально швидкий обмін інформацією між контрагентами у режимі реального часу. Такий спосіб роботи суб'єктів ЛП дає змогу передбачити та мінімізувати ймовірність утворення «вузьких місць» у процесі виробництва.

4. Зменшення витрат на складські приміщення та зберігання на складах з допомогою зв'язування обсягу виробництва і споживчого попиту. Таку концепцію ще називають англійські видання «Just-In-Time».

5. Створення клієнт-орієнтованого сервісу за допомогою більш гнучкого та динамічного процесу постачання.

Різні аналітичні компанії надають інформацію, що з допомогою УЛП підприємства мають такі переваги на конкурентному ринку: [25]

1. Прибуток зростає від 6% до 13%.
2. Затрати на обробку замовлення зменшуються від 18% до 45%.
3. Вихід на ринок швидше на від 10% до 28%.
4. Зменшення затрат на закупівлю від 8% до 17%.
5. Оптимізація складських запасів від 24% до 55%.
6. Зменшення затрат на виробництво від 4% до 17%.

Задача оптимізації УЛП дещо нагадує гру у футбол: як довго б ви не грали, якого б рівня майстерності ви не досягли – межі ніколи не буде видно і рости завжди буде куди. Варто відмітити, що споживачам зазвичай все одно наскільки

гарними були показники вашого підприємства у минулому чи будуть у майбутньому. Для того, щоб досягати максимальної конкурентоспроможності і як наслідок отримувати максимальний прибуток підприємство має показувати найкращі результати кожного дня. Якщо говорити про майбутнє, то можна впевнено сказати, що важливість можливості оперативно реагувати, при цьому мати високу якість і низькі затрати на виробництво – з кожним роком буде все більше зростати.

У ЛП можна виділити 2 ключові функції:

Складову, яку називають фізичною, може спостерігати кожен бажаючи: коли кожного дня сировина переростає готову продукцію, а потім прямує прямо до магазину чи складу. Є і не така очевидна функція, хоча на мою думку навіть важливіша – на ринку обов’язково мають бути ті товари, що мають споживчий попит. Адже саме попит породжує пропозицію.

Дві функції як це зазвичай відбувається стикаються з усілякими труднощами на своєму шляху. У ході 1 функції виникають проблеми з операційною діяльністю, витратами, логістикою та організацією складських процесів. 2-га функція несе менш очевидні затрати. Якщо попит більший за пропозицію, то підприємство недоотримає прибуток. Якщо відбувається навпаки, то підприємство буде змушене демпінгувати ціни.

Якщо попит очевидний, то компанії не витрачають великих коштів на його прогнозування. Такі компанії зазвичай приділяють основну увагу мінімізації затрат на виробництво продукції. Компанії такого типу часто звертаються за допомогою до програм, що планують затрати на виробництво. ПЗ такого типу дозволяє цілком ефективно взяти під контроль процеси виробництва та постачання, в наслідок цього, як і варто очікувати, зменшуються запаси по всьому ЛП і стає вищою продуктивність виробництва. Інформація про те, що



відбувається всередині ЛП – максимально важлива для таких ситуацій. Інформація такого типу дає можливість підрозділам підприємства (суб'єктам ЛП) ефективно планувати виробництво у відповідності із попитом споживачів, та мінімальними (оптимальними) затратами.

Якщо ми маємо справу з інноваційними продуктами, то підхід описаний вище не є максимально ефективним. Найбільш затратними для таких продуктів будуть процеси 2-ої функції. Найбільше уваги топ-менеджментом приділяється саме їм. Найважливіша інформація в даній ситуації позиціонується за межами ЛП. Тяжкою і неочевидною, проте основною задачею дирекції компанії стає саме передбачення непостійного, непередбачуваного, стрімко зростаючого і падаючого попиту для його максимального покриття і розміщення відповідних запасів для цих цілей.

ЛП може бути представлена з 2-ох сторін :реакції на умови ринку та фізична ефективність. (таблиця 1.1) [26]

Таблиця 1.1. - ЛП з точки зору фізичної ефективності та реагування на зміни попиту

	<b>Фізично-ефективний процес</b>	<b>Процес, що гнучко реагує на зміну попиту</b>
<b>Основна ціль</b>	задовольнити передбачуваний попит з найменшими можливими витратами	швидко реагувати на непередбачуваний попит, щоб уникнути старіння товарних запасів

Продовження таблиці 1.1

<b>Мета управління виробництвом</b>	підтримання високого рівня завантаження потужностей	створення надлишкових буферних потужностей
<b>Стратегія управління товарними запасами</b>	висока оборотність товарних запасів і їх зниження по всьому ланцюжку поставок	створення значних буферних запасів матеріалів, деталей або готових виробів
<b>Мета управління підготовкою виробництва</b>	вкорочувати час підготовки, якщо це не підвищує витрати	скорочувати час підготовки, навіть якщо для цього необхідні значні інвестиції
<b>Підхід до підбору постачальників</b>	відбір за критеріями вартості та якості	відбір за критеріями оперативності, гнучкості і якості
<b>Стратегія розробки продуктів</b>	максимальну якість при мінімальних витратах	використання модульної конструкції з тим, щоб віднести диференціацію продукту на якомога пізніший час

Не викликає сумнівів, що для 1-го типу підприємств - потрібен фізично ефективний ЛП. Для 2-го потрібен ЛП, що має змогу давати динамічну реакцію на зміну попиту. Як це зазвичай буває, підприємства на практичних кейсах досить часто приймають не правильні рішення, щодо цього. Глибинним чинником цього являється той факт, що деякі товари можна виставляти як товари 1-го, так і 2-го типу, навіть не роблячи глобальних змін у самих продуктах.

Продукти 1-го типу лише іноді, дуже не часто постачають гнучкими ланцюгами. Точно можна сказати, що речі складаються таким чином, бо майже всі підприємства 1-го типу зазвичай повністю усвідомлюють, що ефективний ЛП – це ключовий фактор успіху. Однак, щодо компаній 2-го типу такого сказати точно не можна.

Підприємства, [26] 2-го типу, що продають свої товари не за гнучким попитом мають лише 2 варіанти дій:

1. Повністю змінити товар зробивши його товаром 1-го типу (мінімізувати кількість варіантів та те, наскільки часто вони з'являються). Даний варіант міг би сильно виручити підприємства, які роблять зубну пасту. Адже на цьому ринку зараз досить сумна ситуація, за якої виробники роблять величезну кількість варіантів продукту, та на превеликий жаль рентабельність продукту занадто мала, щоб називати його товаром 2-го типу.
2. Другий варіант не занадто відрізняється від першого і пропонує перевести в товари 1-го типу лише частина, а інше залити товарами другого типу, але при цьому створивши для них гнучкий ЛП. Ідеальним на сьогоднішній день можна вважати дане рішення для автопромисловості. У них є можливість залишити в гнучкій схемі тільки найдорожчі і ексклюзивні моделі (товари 2-го типу). Тобто, ці моделі мають зберігатися у вигляді лише деталей десь на заводах, де їх можна зібрати. Від зберігання ж в готовому вигляді для таких моделей слід відмовитись повністю. Для інших моделей – все залишається по старому, тобто є необхідність тільки в оптимальному ЛП, для мінімізації затрат.

Підприємствам, що виробляють та продають товари 1-го типу з допомогою ефективних ЛП, не варто занадто багато рекламувати свою продукцію за зменшеною (акційною) вартістю. Якщо попит споживачів зросте занадто сильно, то це може стати причиною затору в ЛП.

Закінчуючи, розглянемо компанії 2-го типу, які пропонують свій товар за гнучким ЛП, але страждають від того, що не можуть визначити споживчий

попит. Відомі 3 можливі варіанта (їх можливо використовувати як поодинокі, так і об'єднувати, в залежності від ситуації) [26]:

1. Мінімізувати ступінь невизначеності (зазвичай таких результатів досягають шляхом знаходження нових джерел інформації, за рахунок яких відкривається можливість для більш точного прогнозу).
2. Позбавити себе від невизначеності (тобто виключити всі фактори, які призводять до збільшення часу щоб підготувати виробництво, що дає змогу швидше реагувати).
3. Найочевидніший варіант. Застрахувати підприємство від невизначеності (шляхом тримання на складах чи в інших місцях зберігання товару запасних продуктових залишків).

Побудова ЛП, це зазвичай досить складна робота, але перевага над конкурентами, яку дає ЛП – цілком і повністю виправдовує витрачені сили.

Тож, наразі стає зрозуміло, що УЛП в ефективно побудованому підприємстві має робитися на етапі, коли визначається стратегія поведінки на ринку підприємства, та ніяким чином не під час будування інформаційної системи підприємства.

## 1.2 Основні концепції підтримки прийняття рішень при управлінні ланцюгами поставок

Розглянемо основні концепції підтримки прийняття рішень при управлінні ланцюгами поставок: дослідження операцій, системний аналіз, теорію систем і управління та мультиагентні системи.

Дослідження операцій [27] (англ. Operations Research (OR)) - дисципліна, що займається розробкою і застосуванням кількісних методів і моделей підтримки прийняття рішень в різних областях людської діяльності .

Основою дослідження операцій зазвичай являється математичний апарат. Як окремий науковий напрям сформувався в 50-60-і рр. 20 в. Методи дослідження операцій широко використовуються в рішенні задач планування виробництва, логістики, маркетингу та ін.

До основних методів дослідження операцій відносяться лінійне, цілочисельне і динамічне програмування, багатокритеріальна оптимізація, стохастична оптимізація, транспортні та мережеві моделі, моделі управління запасами, теорія ігор, евристичні методи, методи прогнозування, марківські процеси прийняття рішень, системи масового обслуговування, алгоритми нелінійного програмування.

Сучасною тенденцією є розвиток евристичних методів в рамках дослідження операцій. Ряд фахівців відносять до методів дослідження операцій також і методи теорії прийняття рішень (як, наприклад, методи аналізу ієрархій).

Стосовно управління ланцюгами поставок, методи дослідження операцій широко використовуються в задачах проектування мережевої структури ланцюгів поставок, вибору постачальників, планування потреб і потужностей, вирішенні завдань управління запасами і транспортування і багатьох ін.

Дослідження операцій є найпоширенішою на сьогоднішній день концепцією моделювання ланцюгів поставок. До її основних переваг відносяться простота, наочність і загальнодоступність. На жаль, методи дослідження операцій мають дуже велику кількість обмежень і припущень, що призводить до необхідності «підлаштування» реального завдання під особливості кожного методу.

Проблемою методів дослідження операцій є те, що завдання вирішуються в деякій фіксованій системі, підігнаній під особливості конкретного методу. А що, якщо завдання має бути сформульована інакше? Це викликає необхідність звуження завдання, внесення маси припущень, і, як наслідок, призводить до нереалістичних постановок і невикористаних на практиці результатів. Питання власне формування системи і рішення в ній управлінських завдань залишаються за межами дослідження операцій.[27]

Лише деякі завдання управління ланцюгами поставок успішно вирішені за допомогою методів дослідження операцій, наприклад стратегічне планування розподілу заводів і дистрибуційних центрів в ланцюзі постачань.

Завдання ж тактичного та оперативного рівня управління ланцюгами поставок, пов'язані з безліччю і невизначеністю значень параметрів, багатокритеріальністю і динамікою процесів не мають практично застосовних рішень на основі методів дослідження операцій. Застосування методів

дослідження операцій виправдано в тих випадках, коли можна без втрати для сенсу локалізувати проблему і цільові критерії.

Теорія керування є міждисциплінарною інженерно-математичною галуззю знань, що вивчає поведінку систем в динаміці. Теорія керування містить потужний методичний і конструктивний апарат, призначений в першу чергу для вирішення динамічних задач гнучкого розподілу комплексу робіт між різними ресурсами.[27]

Теорія керування тісно пов'язана з теорією систем. У класичній теорії систем та керування закладені основи вивчення великих і складних систем і їх динаміки. Теорія керування знаходить все більше застосування в соціо-економічних науках, психології, соціології та кримінології.

Розглянемо деякі основні поняття теорії оптимального управління. Почнемо з прикладу керованої автоматичної системи. Сучасні автомобілі оснащені функцією круїз-контроль (cruise control), яка полягає в підтримці постійної швидкості автомобіля. Керованою системою в даному випадку є автомобіль, вихідною змінною - швидкість автомобіля, керованою змінною - частота обертів двигуна.

Найпростішим шляхом реалізації круїз-контроля є призначення постійної частоти обертів двигуна для бажаної швидкості руху. Але проблема полягає в тому, що умови руху в динаміці руху автомобіля відмінні від тих, що були на момент фіксації швидкості (прийняття рішення). Так, наприклад, при русі в гору і з гори, за вітром і проти вітру, по сухій дорозі і по снігу, частота обертання повинна змінюватися, щоб підтримувати необхідну значення вихідної змінної (швидкість руху).[27]

Якщо між вхідними та вихідними змінними немає взаємозв'язку у вигляді обліку фактичних умов виконання робіт, то мова йде про так звану систему управління з відкритим циклом (open-loop controller), тобто систему, яка не в змозі компенсувати дію зовнішніх сил на свою динаміку.

На відміну від системи з відкритим циклом, системи із замкнутим циклом (closed-loop control system) забезпечені системою зворотного негативного зв'язку.

Класична теорія керування[27], відома також як теорія автоматичного регулювання, еволюціонує і розглядає системи з комплексних просторово-часових позицій, описуючи змінні входу, виходу і станів за допомогою диференціальних рівнянь першого порядку. Змінні описуються у вигляді векторів, а диференціальні і алгебраїчні рівняння - у вигляді матричних форм (останнє можливо, якщо динамічна система лінійна і інваріанта щодо часу). Використання простору станів представляє собою зручний і компактний спосіб моделювання та аналізу систем з великою кількістю вхідних і вихідних змінних. Інакше нам би довелося розписувати перетворення Лапласа для розкодування інформації про систему. Використання простору станів дозволяє працювати і з нелінійними компонентами і з ненульовими початковими умовами. Стан системи представляється у вигляді вектора в просторі.

Багато положень і формальні методи теорії керування можуть бути ефективно застосовані до управління ланцюгами поставок. Мабуть, головним елементом, який теорія керування може внести в моделі управління ланцюгами поставок, є саме система зворотного зв'язку.



Однією з особливостей вивчення складних систем, в т.ч. і ланцюгів поставок, є врахування чинників, кількісний опис яких або істотно ускладнено, або недоцільний. Для вирішенні подібних проблем в рамках системного аналізу отримали розвиток «нечіткі множини» (Fuzzy-метод).

Fuzzy-метод (нечітка логіка) [27] як нам відомо, базується на тому, що більшість об'єктів нашої реальності є можливість класифікувати використовуючи деякі діаграми їх властивостей, не використовуючи ніяких інших параметрів. Використання цієї методології складається з декількох ступенів: визначення основної структури системи, співвіднесення їй виробничих даних, розробка концепції Fuzzy-моделі та описування концепції у Fuzzy-термінах.

Коли розробляється концепція Fuzzy-моделі, то обирають головні характеристики досліджуваного об'єкта, що підлягають порівнянню та оцінці. Потім відбувається опис даної моделі за допомогою Fuzzy-термінів, в яких використовуються лінгвістичні змінні. Взаємоспівпадіння шкал значень різних характеристик може бути обраним беручи за основу деякі правила для управління, які створені на основі «якщо  $x = a$  і  $y = b$ , то  $z = (a; b)$ ». Далі можливі поєднання різних характеристик встановлюються в спеціальній матриці.

Концепція мультиагентних систем (МАС) [27] відноситься до області розподіленого штучного інтелекту, поряд з експертними системами і нейронними мережами. У МАС мова йде про відкриті системи, що розвиваються, в них максимально пріоритетно розглядається процес спільних дій агентів як чинником створення системи з відмінними від старих якостями. Інша назва цього явища – концепція виникнення.

Існує безліч досліджень по використанню МАС для вирішення завдань управління ланцюгами поставок.

МАС являє собою середовище (простір), здатне до змін і яке містить деяку кількість об'єктів. У кожен відрізок часу всім суб'єктам може відповідати якась окрема позиція. Суб'єкти являються не активними та можливе їх сприйняття, модифікація або знищення агентами.

Якщо елементи системи активні, то є відповідно безліч агентів. Існує безліч відношень між суб'єктами і операціями, що виконуються агентами коли вони взаємодіють із не активними суб'єктами. Безліч операторів, які представляють застосування операцій і реакцію навколишнього середовища на це застосування називається «системними законами».

Коли говорять термін «агент», то мають на увазі фізичний чи віртуальний об'єкт, який має змогу діяти в певному просторі, вступаючи в комунікацію з іншими агентами, що володіє ресурсами і можливостями, опираючись на які з'являється можливість робити завдання різного типу. Поведінка агента визначається його індивідуальними цілями з урахуванням наявних ресурсів і залежить від сприйняття ним навколишнього середовища, його подання та комунікації з ним. [27] Ключовими властивостями агента являються його основні знання, а також те, що він автономний, адаптивний та раціональний. Розглядаючи технічний аспект агент - це програмний модуль, здатний виконувати визначені йому функції.

Розрізняють три основних види архітектури агентів: реагуючий (reactive), консультаційний (deliberative) і гібридний (hybride). Реагуючі агенти реагують строго певним чином на конкретні обурення зовнішнього середовища. Агенти консультаційного типу можуть на основі їх знань сприймати обурення, що надходять, аналізувати їх і вибирати спосіб реакції.

Якщо розглядати мультиагентні системи, то є можливість побачити 3 рівня організації: один несе в собі середовище, в якому функціонує маленьке число агентів – називається мікросоціальний. Також є груповий на ньому відбувається розмежування ролей агентів, виникнення оргструктур та агрегування агентів для вирішення конкретних завдань. Ще виділяють так званий рівень глобального суспільства, як правило він показує наскільки динамічно може працювати не маленьке число агентів, та структуру системи в загальному випадку, а також розвиток системи. Якщо мультиагентні системи проектуються, то можливо використовувати алгоритм зверху вниз і знизу вверху.

Ключовим і дуже важливим терміном в мультиагентних системах є ситуації, коли взаємодіють та ситуація кооперації. Ситуацією взаємодії є безліч способів поведінки, яка виникає при групуванні суб'єктів, що мають зробити деякі рухи задля завершення необхідних цілей враховуючи, що ресурси і можливості обмежені. Ситуація кооперація може виникнути, коли додається новий агент, а при цьому значно редагується думка групи чи за умови, що загальні дії, які роблять агенти роблять краще для вирішення чи уникнення потенційних або існуючих конфліктів. МАС має безліч властивостей, які можуть бути використані для вирішення завдань управління ланцюгами поставок.

У концепції [27] МАС сформульований динамічний підхід до поняття «організація». У мультиагентних системах зроблена структура відношень між індивідуумами чи компонентатми, за допомогою якої стає можливим вироблення нової одиниці або системи, у якої є властивості, що не присутніми на рівні компонент / індивідуумів.

Ключовими є 2 фактори. 1-ше, це організація в мультиагентних системах дає підтримку для відношень між агентами і в той же час обумовлює, виявляє ці

відносини. По-друге, поняття «організація» несе в собі і аспект побудови структури і результуючі цього процесу. Саме цей другий аспект характеризує організацію як динамічне утворення. Такий підхід дозволяє істотно наблизитися до розуміння сутності механізмів управління процесами в ланцюгах поставок.

Як недоліки сучасних досліджень слід зазначити, що в більшості робіт МАС практично невідомими лишаються пукти щодо комбінування концепції інтелектуальних агентів з іншими методами.

Розглянутим вище концепціям [27] (див. Таблицю 1.2) моделювання ланцюгів поставок властивий і ряд загальних недоліків. Перш за все, в них практично не враховується властивість активності елементів ланцюга поставок (за винятком МАС). Структурна і функціональна стадії синтезу ланцюга постачань, а також завдання планування і управління розглядаються ізольовано, на основі різних, методологічно не пов'язаних один з одним методів і моделей. Більшість з відомих математичних моделей носять статичний і детермінований характер, не враховуючи фактори невизначеності при управлінні ланцюгами поставок.

Таблиця 1.2. - Переважання та недоліки концепцій моделювання ланцюгів поставок

Переважання та недоліки концепцій моделювання ланцюгів поставок			
Метод	Галузь застосування	Переважання	Недоліки
Теорія управління і системний аналіз	Загальні методологічні основи аналізу і синтезу складних систем	Глибоко опрацьовані основи аналізу і синтезу складних систем.	Розроблено для біологічних і фізико-технічних систем, стосовно ланцюгів поставок вимагають модифікації

Продовження таблиці 1.2

Мультиагентні системи	Дослідження поведінки систем в динаміці з урахуванням активності елементів	Моделювання складних мережових структур з активними елементами	Складність розробки, неоднозначність інтерпретації результатів, не гарантують оптимального рішення
Дослідження операцій	Проблеми оптимального планування і прогнозування	Наочність, потенційно широкий спектр застосування.	Обмеження при моделюванні динамічних систем, недостатня гнучкість, відображення тільки лінійних взаємозв'язків процесів.
Нечітка логіка	Оцінка якісних характеристик ланцюга поставок	Можливий якісний опис	Експертні дані, високий елемент суб'єктивізму

### 1.3 Висновки за розділом

В розділі було дано визначення ланцюга поставок, управління ланцюгами поставок. Управління ланцюгами поставок складається з етапів: планування, закупівля, виробництво, доставка, повернення. ЛП можна розглянути як багато ланок, що є зв'язаними один з одним за допомогою інформаційних, грошових та ін. потоків. ЛП бере початок від покупки стартових матеріалів для виробництва у контрагентів та завершується реалізацією вироблених продуктів чи послуг кінцевому споживачу. ЛП є можливість поділити на 2 різні підрозділи: один відповідає за фізичну оптимальність, а інший за динамічну та своєчасну реакцію на споживчий попит на ринку. Також були розглянуті основні переваги та недоліки концепцій моделювання ланцюгів поставок

## **РОЗДІЛ 2 МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ ПІДТРИМКИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ**

### **2.1 Метод аналізу ієрархій (MAI)**

Коли розглядають термін прийняття рішень зазвичай сприймають процес інтелектуальної активності, головною метою якої є вибір найоптимальнішого альтернативного рішення серед всіх існуючих в даній ситуації.

МППР зазвичай використовуються з метою вирішення великої області практичних завдань у різних областях наукової сфери. Не одна наукова робота направлена для застосування МППР у секторі держуправління, керування компанією, містобудівною діяльністю, транспортною сферою, охороною навколишнього середовища, перевезеннями, виробництвом та ін.

Метод аналізу ієрархій є систематичною процедурою для ієрархічного уявлення елементів, що визначають суть проблеми. Метод полягає в декомпозиції проблеми на все більш прості складові частини і подальшій обробці послідовності суджень особи, яка приймає рішення, по парним порівнянь. В результаті може бути виражена відносна ступінь (інтенсивність) взаємодії елементів в ієрархії. Ці судження потім виражаються чисельно. MAI включає в себе процедури синтезу множинних суджень, отримання пріоритетності критеріїв і знаходження альтернативних рішень. Такий підхід до вирішення проблеми вибору виходить з природної здатності людей думати логічно і творчо, визначати події і встановлювати відносини між ними.

Список застосувань методу досить різноманітний: дослідження транспортної системи Судану, пивоварна промисловість Мексики, проведення аналізу «вартість-ефективність», розподіл ресурсів. В Ізраїлі професор Амі Арбель знайшов метод корисним при прийнятті рішень як по формалізованих, так і формалізації фактори, для яких були відсутні зв'язують їх аналітичні залежності. Метод постійно використовується при плануванні промисловості Піттсбурга, банківської справи, сталеливарної промисловості, в сфері міського господарства та координації громадських послуг. Крім того, необхідно відзначити, що і в Росії цей метод набуває дедалі більшого поширення: різні види маркетингових досліджень, визначення сценаріїв розвитку міста, оцінки різних комерційних ризиків і т.д. У багатьох ВУЗах України, що мають економічні спеціальності, вводяться відповідні дисципліни.

Все методології досліджень різних ринків і, зокрема, ринку нерухомості розташовані на кордоні між об'єктивною, неоднозначною, розпливчастою інформацією і застосовуваними чіткими, жорсткими методами обробки. В результаті, стає необхідним відповідну мову для перекладу досліджуваних проблем ринку в прийнятний для використовуваних методів обробки інформації вид.

Роль подібного мови в МАІ виконують різні ієрархічні структури. Відповідно, в МАІ будь-яке завдання або проблема попередньо структуруються і представляються у вигляді ієрархії деревовидної або мережевий.

Таким чином, в МАІ основна мета дослідження і всі фактори, в тій чи іншій мірі впливають на досягнення мети, розподіляються за рівнями залежно від ступеня і характеру впливу.

На першому рівень ієрархії завжди знаходиться одна вершина - мета проведеного дослідження.



Другий рівень ієрархії складають фактори, що безпосередньо впливають на досягнення мети. При цьому кожен фактор представляється в споруджуваній ієрархії вершиною, з'єднаною з вершиною 1-го рівня. Третій рівень складають фактори, від яких залежать вершини 2-го рівня. І так далі. Цей процес побудови ієрархії триває до тих, поки в ієрархію не включені всі основні фактори або хоча б для одного з факторів останнього рівня неможливо безпосередньо отримати необхідну інформацію.

Після закінчення побудови ієрархії для кожної материнської вершини проводиться оцінка вагових коефіцієнтів, що визначають ступінь її залежності від впливають на неї вершин нижчого рівня. При цьому використовується метод попарних порівнянь.

МАІ був розроблений видатним математиком з Америки Томасом Сааті. Мовою оригіналу назва цього методу звучить Analytic Hierarchy Process. Сучасна назва, яку можна прочитати в будь-якій книзі, що історично передалася нам ще з радянських часів, і яка вживається у даній роботі, з'явилася на світ з допомогою відомого перекладу книжки Сааті на рос. мову науковцем Р. Г. Вачнадзе.

Науковець Томас Сааті спочатку своєї монографії говорить про те що «метод аналізу ієрархій є лише замкнутою логічною конструкцією, що забезпечує за допомогою простих правил проведення аналізу складних проблем у всьому їх різноманітті і приводить до найкращої відповіді»[1]. Використання цього методу дає змогу долучити до ієрархії усіх доступних у вченого по даній проблемі знань. Бачення Сааті, що це є нічим іншим, як компромісним рішенням важкої проблематики: залишити математичну науку легкою та дати дозвіл багатогранності структури понести ношу заплутаності. Жодна математика не має можливості мислити аналогічно розуму людини та компетенцію інтерпретувати навколишній світ. Ніяким чином не важливо, скільки зі скількома

складнощами можливо зіткнутись в математиці, але ця наука все ж таки не зможе показати усі ел-ти у проблематиці, яка являється істотною для людства [8].

## 2.2 Інтерпретація пріоритетів за допомогою теорії графів

Вузли направленого графу можуть бути позначені як  $G$  через  $1, 2, 3, \dots, n$ .

З кожною направленою дугою  $x_{ij}$  від вузла  $i$  до вузла  $j$  ми асоціюємо невід'ємне число,  $0 < q_{ij} < 1$ , зване інтенсивністю дуги. (зазначимо, що дозволені як петлі, так і кратні дуги).

Послідовність вузлів та дуг зазвичай називається маршрутом в направленому графі, при якій кожний вузол є кінцем дуги, яка знаходиться у послідовності безпосередньо перед ним та джерелом наступної за ним дуги. Обидві кінцеві точки кожної дуги знаходяться у послідовності. Довжиною маршруту є число дуг у послідовності. Маршрут довжини  $k$  назовемо « $k$ -маршрутом».

Добуток інтенсивностей дуг в маршруті дорівнює інтенсивності маршруту довжини  $k$  від вузла  $i$  до вузла  $j$ .

Сума інтенсивностей маршрутів від вузла  $i$  до вузла  $j$  є загальною інтенсивністю всіх маршрутів.  $t_{ij} = p_{ij}q_{ij}$ , де  $p_{ij}$  - число дуг від  $i$  до  $j$ , а  $q_{ij}$  - інтенсивність кожної дуги дорівнює загальній інтенсивності маршрутів вузла  $i$

до вузла  $j$ . Загальні інтенсивності маршрутів від  $i$  до  $j$  – це елементи  $u_{ij}$  матриці інтенсивності-інцидентності  $U$  для даного направленного графу  $D$ .

Теорема 2.1. Загальною інтенсивністю  $k$ -маршрутів від вузла  $i$  до вузла  $j$  є елемент  $u_{ij}^k$  матриці інтенсивності-інцидентності  $U^k$ .

Наслідок 2.1.1. Якщо для всіх  $i$  та  $j$   $q_{ij} = 1$ , то з цього випливає що  $(i,j)$ -й елемент в  $U^k$  обов'язково є числом  $k$ -маршрутів від будь-якого  $i$  до  $j$ . Конче необхідно вирішити обернену задачу інтерпретації ступенів матриці для знаходження пріоритетів, що в свою чергу допоможе при підрахунку інтенсивностей маршрутів.

Будемо асоціювати вузол направленного графу  $D$  з кожним об'єктом процедури парних порівнянь. У нашому випадку матрицею суджень є матриця інтенсивності-інцидентності  $U$ . Число дуг, направлених від вузла  $i$  до вузла  $j$  представляє собою чисельник  $p_{ij}$  (мається на увазі, що він даний в досить простій дробній формі)  $(i,j)$ -го елементу матриці. Інтенсивність всіх дуг від  $i$  до  $j$  однакова та рівна оберненому значенню  $q_{ij}$  знаменника цього елемента. Це унікальний спосіб того, як визначити відповідний граф, бо для значення  $q_{ij}$  він (граф) зазвичай зводиться до самої звичайної матриці вершин, число маршрутів довжини  $k$  якої можна обрахувати як  $k$ -ту ступінь матриці вершин[1].

Як найбільш пряму перевагу чи так звана інтенсивність важливості об'єкту та відносно заданого об'єкту  $j$  можна інтерпретувати  $(i,j)$ -й елемент матриці суджень  $A$ . Він показує відносну лепту, якою об'єкт  $i$  допомагає у досягненні деякої мети у порівнянні з лептою, яку вкладає об'єкт  $j$ . Рівень вкладу обраних об'єктів відносно усіх інших об'єктів представляють собою нормалізовані суми деяких рядків матриці  $A$ . В матриці  $A^2$  нормалізовані суми

рядків квадрату - це являється перевагою, якщо враховувати всі 2-маршрути, тобто іншими словами непряме порівняння через одну проміжну вершину пар. Саме тому вважається, що відповідно до взаємозв'язків об'єкту з іншими об'єктами рівень його важливості підвищується чи знижується. Можна отримати ефект в загальному випадку переважання між об'єктами, якщо обчислити граничне значення суми рядків матриці суджень  $A$   $k$ -го ступеню –  $A^k$ . Кожне число, нормалізоване за допомогою суми цих величин, служить загальним індексом переважання або пріоритетом об'єктів.

Можна роз'яснити в термінах загальної інтенсивності всіх  $k$ -маршрутів від вузла  $i$  до вузла  $j$  поняття відносної переважання по факту самого об'єкту  $i$  над досліджуваним об'єктом  $j$  за  $k$  кроків.  $(i,j)$ -м елементом матриці  $A^k$  представлена відносна перевага об'єкту  $i$  над іншим об'єктом  $j$  прямо та не прямо через проміжні об'єкти, за  $k$  кроків. Через те що петлі наявні на кожній вершині, то ми отримуємо, що кожен вхід матриці  $A^k$  являється сумою усіх маршрутів з довжиною рівною чи меншою  $k$ . Від числа перестановок та від довжини петель маршруту при одержанні потрібної довжини маршруту залежить кількість включень кожного маршруту. Одиничну інтенсивність маршруту надає петля сама по собі. Якщо при проходженні вздовж петлі певну кількість разів загальна інтенсивність маршруту не змінюється. Отже, даним шляхом була отримана наступна теорема.

**Теорема 2.2.** Нехай  $A = a_{ij}$  - матриця порівнянь розмірності  $n \times n$ . Тоді елемент  $a_{ij}(k)$  матриці  $A^k$  представляє собою важливість об'єкту  $i$  над об'єктом  $j$  за  $k$  кроків або відносну перевагу.

Пріоритетом або іншими словами вагою  $w_i(k)$  об'єкту  $i$  називається індекс переважання об'єкту  $i$  за  $k$  кроків над всіма іншими об'єктами:

$$w_i(k) = \sum_{j=1}^n a_{ij}(k) / \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij}(k)$$

Пріоритет або ж іншими словами загальна вага  $w_i$  об'єкту  $i$  над усіма іншими об'єктами може бути визначений таким шляхом:

$$w_i = \lim_{k \rightarrow \infty} w_i(k) = \lim_{k \rightarrow \infty} \left( \sum_{j=1}^n a_{ij}(k) / \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij}(k) \right)$$

### 2.3 Неприводимі матриці

В МАІ за результатами експертного оцінювання утворюються обернено симетричні додатні матриці парних порівнянь.

Додатними називаються квадратні матриці  $A = (a_{ij})$ , для яких  $a_{ij} > 0$ ,  $a_{ij} = \frac{1}{a_{ji}}$ ,  $i, j = 1, 2, 3, \dots, n$ , а також вони являються обернено симетричними матрицями.

Узгодженими називаються матриці  $A = (a_{ij})$ , які є додатними та обернено симетричними, для елементів яких обов'язково виконується співвідношення  $a_{ik} = a_{ij}a_{jk}$ ,  $i, j = 1, \dots, n$ .

Нижче приведемо декілька означень і теорем із теорії додатних матриць [8].

Неприводимою називається матриця, якщо її неможливо представити у вигляді матриці  $\begin{pmatrix} A_1 & 0 \\ A_2 & A_3 \end{pmatrix}$ , де  $0$  - нульова матриця,  $A_1, A_3$  - квадратні матриці,.

Завжди неприводимими матрицями є обернено симетричні матриці парних порівнянь, бо вони не містять нулів.

Теорема 2.3 (Перрона-Фробеніуса). Нехай  $A \geq 0$  - неприводима невід'ємна матриця. Тоді можна сказати, що:

1.  $A$  має дійсне власне просте додатне число  $\lambda_{\max}$ , що не менше будь-якого іншого власного числа по модулю матриці  $A$  (іноді вони можуть бути комплексними числами).

2. Власному числу  $\lambda_{\max}$  відповідає власний вектор матриці  $A$ , який єдиний (з точністю до постійного множника) та має додатні компоненти.

3. Число  $\lambda_{\max}$  задовольняє умові (називається коренем Перрона матриці  $A$ )

$$\lambda_{\max} = \max_{x \geq 0} \min_{1 \leq i \leq n} \frac{(Ax)_i}{x_i} = \min_{x \geq 0} \max_{1 \leq i \leq n} \frac{(Ax)_i}{x_i},$$

де  $x \geq 0$  - довільне.

Наслідок 2.3.1. Нехай  $A \geq 0$  - неприводима невід'ємна матриця і нехай  $x \geq 0$  - довільне. Тоді задовольняє умові корінь Перрона

$$\min_{1 \leq i \leq n} \frac{(Ax)_i}{x_i} \leq \lambda_{\max} \leq \max_{1 \leq i \leq n} \frac{(Ax)_i}{x_i}.$$

Якщо суми її рядків матриці  $A$  дорівнюють одиниці, то вона називається стохастичною.

На такі наступні факти теорії додатних матриць опирається доведення теореми Персона-Фробеніуса.

Нехай  $A$  - додатна  $n \times n$  матриця,  $\lambda_{max}$  - її найбільше власне число, тоді можна сказати наступне:

1. Число  $\lambda_{max}$  обмежене знизу і зверху відповідно мінімальною та максимальною сумами рядків матриці  $A$ . Це значить, що якщо виконується умова, що  $A$  - стохастична матриця, то з цього випливає, що  $\lambda_{max} = 1$ .

2. Для деякої стохастичної матриці  $A$ ,  $\lim_{k \rightarrow \infty} A^k = ev$ , де  $v$  - це додатний вектор-рядок,  $v = (v_1, v_2, \dots, v_n)$ ,  $\sum_{i=1}^n v_i = 1$ ,  $e = (1, 1, \dots, 1)^T$ .

3. Для деякої матриці  $A$ , що є додатною існує число  $\lambda$ , що є додатним, ненульовий вектор-стовбець  $w$  та ненульовий вектор-рядок  $v$ , такі, що  $\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{A^k}{\lambda^k} = wv$ .

4. Найбільшим власним значенням  $A$  є число  $\lambda$ , яке ще називається головним власним значенням,  $v$  та  $w$  - це єдині з точністю до постійного множника головні власні вектори.

5.  $V$  ортогональний - до усіх не головних власних векторів-рядків, а до усіх не головних власних векторів-стовбців вектор  $w$  - ортогональний.

6. Якщо значення  $\lambda_1$  - це власне число  $A$ , яке ще й найбільше, причому  $\lambda_i \neq \lambda_j, i \neq j, i, j = 1, 2, \dots, n$ , та якщо  $w_1$  - головний власний вектор, що відповідає максимальному власному числу  $\lambda_1$ ,  $w_i$  - правий власний вектор, що відповідає  $\lambda_i$ , то [1]

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{A^k e}{e^T A^k e} = c w_1 ,$$

де  $c$  - це константа.

Теорема 2.4. Значення  $\lambda_{max}$  зростає із збільшенням будь-якого елементу  $a_{ij}$ , якщо  $A$  – це невід’ємна неприводима матриця.

Матриця  $A$  називається примітивною, якщо вона невід’ємна і неприводима, та якщо ціле  $m \geq 1$  існує, причому таке, що  $A^m \geq 0$ . В іншому випадку матрицю називають імпримітивною.[1]

Теорема 2.5. Між будь-якими двома вершинами в графі примітивної матриці довжина шляху  $\geq m$ .

Теорема 2.6. Невід’ємна неприводима матриця  $A$  примітивна т.т.т.к.  $A$  має єдиний характеристичний з максимальним модулем корінь, і цей корінь має кратність, що дорівнює одиниці.

Теорема 2.7. Для примітивної матриці  $A$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{A^k e}{\|A^k\|} = c w, \quad \|A^k\| = e^T A^k e ,$$

де  $c = const$ ,  $w$  - власний вектор, який відповідає найбільшому власному числу  $\lambda_{max}$ .



## 2.4 Узгодженість

Не виключають суперечливостей і оцінки, що надаються різними експертами в ході порівнянь. Є цілий ряд причин, чому оцінки можуть бути неузгоджені. Головний недолік саме неузгодженості — це зменшення точності пріоритетів, що встановлені, так як через суперечливі дані має місце зниження частки корисної інформації в оцінках. Необхідною та достатньою умовою для узгодженості оцінок, потрібно щоб матриця парних порівнянь задовольняла умову:

$$a_{ij} = a_{ik} a_{kj} \quad \forall i, j, k$$

Є цілий ряд методів, які можуть знаходити викиди, тобто найбільш неузгоджені оцінки та отримувати більш об'єктивні дані або узгоджені.

Нехай дано  $n$  шматків заліза  $A_i, 1 < i < n$  з вагами  $w_1, w_2, \dots, w_n$ , які відомі та зробимо припущення, що була сформована матриця парних порівнянь, в її рядках розташоване відношення ваги всіх(окрем кожного) шматків заліза до ваг усіх інших шматків заліза. Отримаємо таке рівняння:

$$Aw = \begin{bmatrix} \frac{w_1}{w_1} & \frac{w_1}{w_2} & \square & \frac{w_1}{w_n} \\ \square & \square & \square & \square \\ \frac{w_n}{w_1} & \frac{w_n}{w_2} & \square & \frac{w_n}{w_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \square \\ w_n \end{bmatrix} = n \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \square \\ w_n \end{bmatrix} = nw$$

Щоб отримати ваги потрібно вирішити систему лінійних однорідних рівнянь  $Aw = nw$  чи  $(A - nI)w = 0$ . Система має нетривіальний розв'язок т.т.т.к. детермінант  $A - nI$  рівний нулю, або ж іншими словами коли  $n$  це власне число  $A$ . У матриця  $A$  одиничний ранг, тому що кожен її рядок рівний саме першому рядку, який помножений на якусь константу. Як результат усі власні числа  $A$ , крім 1-го, дорівнюють 0. Слід рівний сумі власних чисел матриці. В свою чергу, слід - сумі діагональних елементів. В нашій ситуації слід  $A$  рівний  $n$ . Тож,  $n$  це власне число  $A$  і є нетривіальне рішення – це додатний вектор  $w$ , який з точністю до константи єдиний. Забезпечується єдиність вектору  $w$  шляхом нормування. Воно робиться шляхом ділення кожного окремого елементу  $w$  на суму усіх його елементів.

Отже, якщо знати матрицю парних порівнянь  $A$ , то є можливість отримати ваги. Будь-який нормований стовпчик  $A$  у цьому випадку буде розв'язком. Помітно, що повинні виконуватися наступні властивості для елементів матриці  $A$ : узгодженості ( $a_{ik} = a_{ij}a_{jk}$ ) та оберненої симетричності ( $a_{ji} = \frac{1}{a_{ij}}, a_{ii} = 1$ ).

Загалом неможливо знайти точні значення відношень  $w_i/w_j$ , але цілком можливо визначити їх оцінки. Допустимо, що отримані нами раніше оцінки відношень  $w_i/w_j$  від експертів - являються малими збуреннями точних значень.

Обирання збурення, що найбільше відповідає описанню впливу неузгодженості на розраховуємий власний вектор, якоюсь мірою може залежати від психологічного процесу, що відбувається при заповненні матриці парних порівнянь. Можемо допустити, що всі заслуговуючі на увагу збурення, є можливість звести до загального вигляду  $a_{ij} = w_i \varepsilon_{ij} / w_j$ , де  $\varepsilon_{ij} > 0$  [1]. Узгодженість є, якщо  $\varepsilon_{ij} = 1$ .

Можна визначити середнє не головних власних чисел матриці  $A$  із знаком мінус наступним чином:  $\mu = -\frac{1}{n-1} \sum_{i=2}^n \lambda_i$ . Тоді із  $\sum_{i=1}^n \lambda_i = n$  маємо  $\lambda_{max} \equiv \lambda_1$ ,  

$$\mu = \frac{(\lambda_{max}-n)}{n-1}.$$

Виходячи з того, що  $\lambda_{max} = \sum_{j=1}^n a_{ij} w_j / w_i$  це  $i$ -та компонента рівняння  $Aw = \lambda_{max} w$ , то:

$$n\lambda_{max} = n \sum_{j=1}^n \varepsilon_{ij} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \varepsilon_{ij} = \sum_{i=1}^n \varepsilon_{ii} + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^n (\varepsilon_{ij} + \varepsilon_{ji}) = n + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^n (\varepsilon_{ij} + \frac{1}{\varepsilon_{ij}})$$

$$\mu = \frac{\lambda_{max}-n}{n-1} = \frac{1}{n-1} - \frac{n}{n-1} + \frac{1}{n(n-1)} \sum_{1 \leq i < j \leq n} [a_{ij} \frac{w_j}{w_i} + a_{ji} \frac{w_i}{w_j}]$$

$$\mu = -1 + \frac{1}{n(n-1)} \sum_{1 \leq i < j \leq n} [\varepsilon_{ij} + \frac{1}{\varepsilon_{ij}}]$$

$$\mu = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{1 \leq i < j \leq n} [\frac{\delta_{ij}^2}{1+\delta_{ij}}]$$

Маючи умову, що  $\varepsilon_{ij} \rightarrow 1$ , іншими словами якщо досягненні узгодженості, то маємо, що  $\mu \rightarrow 0$ . Окрім того, ми бачимо, що  $\mu$  являється випуклою за умови  $\varepsilon_{ij}$ , так як ф-ція  $\varepsilon_{ij} + \frac{1}{\varepsilon_{ij}}$  випукла (тобто в ній мінімум при  $\varepsilon_{ij} = 1$ ), а також сума випуклих ф-цій являється випуклою. Ми можемо записати  $\varepsilon_{ij} = 1 + \delta_{ij}$ , тоді  $\delta_{ij} > -1$ .

Теорема 2.8. Власне та найбільше число додатної оберненої та симетричної матриці задовольняє нер-сті  $\lambda_{max} \geq n$  та рівність справедлива т.т.т.к. матриця являється узгодженою.

Отже, наступним шляхом можна щоб досягти узгодженості матриці хотілося б, щоб  $\mu$  було близьким до нуля або ж, що те ж саме, щоб  $\lambda_{max}$  було близьким до  $n$ .

Для наступних матриць  $A = (a_{ij})$ ,  $W = (\frac{w_i}{w_j})$ , виконується наступне  $(A - W)w = (\lambda_{max} - n)w$ , звідси виходить, що апроксимація  $a_{ij}$  з поміччю  $\frac{w_i}{w_j}$  є настільки кращою, наскільки ближче  $\lambda_{max}$  до  $n$ . Якщо записати  $a_{ij} = \frac{w_i}{w_j} + w_j \delta_{ij} / w_i$ , то ми знайдемо, що  $\delta_{ij}^2 = [\frac{a_{ij} w_j}{w_i - 1}]^2$ . Отже, якщо замінити  $a_{ij}$  наступним відношенням  $\frac{w_i}{w_j}$ , то можемо отримати  $\delta_{ij}^2 = 0$ , приводячи цим самим до 0 значення  $\frac{2(\lambda_{max} - n)}{n - 1}$ . Якщо маємо умову  $|\delta_{ij}| < 1$ , то апроксимація будь-якого  $a_{ij}$  за допомогою значення  $\frac{w_i}{w_j}$  робить нас ближчими до погодженості.

Теорема 2.9. Якщо маємо узгоджену додатну матрицю  $A$ , то кожен її рядок являється додатним кратним будь-якому одному рядку.

З цього випливає, що узгоджена матриця при значенні  $a_{ii} = 1$  приймає вигляд наступний загальний:

$$\begin{bmatrix} a_{i1}/a_{i1} & a_{i2}/a_{i1} & \square & a_{in}/a_{i1} \\ a_{i1}/a_{i2} & a_{i2}/a_{i2} & \square & a_{in}/a_{i2} \\ \square & \square & \square & \square \\ a_{i1}/a_{ij} & \square & \square & a_{in}/a_{ij} \\ \square & \square & \square & \square \\ a_{i1}/a_{in} & a_{i2}/a_{in} & \square & a_{in}/a_{in} \end{bmatrix}.$$

Тому, що ми знаємо, що матриця  $A = \frac{w_i}{w_j}$  має вид транспонованої матриці по відношенню до цієї, то матриця є узгодженою.

Теорема 2.10. Якщо  $A$  - узгоджена та додатна матриця, тоді  $a_{ij} = \frac{1}{a_{ji}}$  і  $a_{ii} = 1$ .

Теорема 2.11. Додатна матриця  $A$  узгоджена т.т.т.к. в неї одиничний ранг і ел – ти на головній діагоналі = 1-ці.

Ми знаємо, що в перекритого дерева з  $n$  вершинами є  $n-1$  ребер. Тоді воно являється зв'язаним графом, який в свою чергу включає в себе усі вершини і контури в якого відсутні. З цього випливає, що існує всього один шлях між будь-якими 2 вершинами.

Теорема 2.12. Достатньою та необхідною умовою для існування додатної узгодженої матриці, яка являється єдиною - це те, що об'єкти, які є вершинами та судження, які є дугами в нашому випадку формують дерево, яке перекривається.

Якщо використати властивість оберненні симетричної  $a_{ij} = \frac{1}{a_{ji}}$ , з рівності  $a_{ij}a_{jk} = a_{ik}$ , то маємо  $a_{ij}a_{jk}a_{ik} = 1$ . Отже, узгод-сть для обернено-симетричної матриці значить, що усі контури довжини 3 мають 1-чну інтенсивність.

Теорема 2.13. Якщо  $A$  – узгоджена матриця, то  $A^k = n^{k-1}A$ .

Теорема 2.14. Усі (окремо кожний) стовпчики матриці  $A = (\frac{w_i}{w_j})$  являються рішенням задачі про власне знач.  $Aw = nw$ ,  $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$ .

Теорема 2.15. (Монотонність). Припустимо, що  $A = (a_{ij})$  – додатна узгоджена матриця з головним власним вектором  $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$ . Можемо замінити 1 елем-т  $a_{xy}$  на  $a_{xy} + \varepsilon > 0$ ,  $\varepsilon > 0$  і якщо використати ряд.  $x$ , то можна побудувати нову узгоджену матрицю  $A^* = (a_{ij}^*)$ . Припустимо, що  $w^* = (w_1^*, \dots, w_n^*)^T$  – головн. власн. вект. матрицю  $A^*$ . Тоді впливає, що  $w_x^* > w_x$ .

Теорема 2.16. Якщо виконується умова, що  $A$  – додатна узгоджена матриця і  $A'$  отримане з  $A$  викресленого  $i$ -го рядка та  $i$ -го стовпчика, то  $A'$  – узгоджена та її відповідний власний вектор може бути отриманий з  $A$ , за умови що покладений  $w_i = 0$  та нормалізовані компоненти.

## 2.5 Реакція на збурення та фундаментальна шкала

Щоб в просторі відчувати предмети, людський мозок мінімізує їх в рамках особистої системи Нейронів і з по цій причині є пропорційний зв'язок між тим, що знаходиться в навколишньому середовищі, і тим що ми відчуваємо. Без

пропорційності людському створінню неможливо управляти своїми думками, скоординувати їх із діями, ще й з необхідною для контролю навколишнього світу точністю. Реакція на пропорційно послаблений чи збільшений вплив має обов'язково бути пропорційна відгуку на вихідне значення цього впливу. Припустимо, що  $w(s)$  - це реакція на вплив  $s$ , тоді з цього випливає, що минуле твердження можливо записати у формі функціонального рівняння  $w(as) = bw(s)$ . Таке рівняння ще можливо отримати як необхідну умову розв'язку рівняння Фредгольма другого роду -  $\int_a^b K(s,t)w(t)dt = \lambda_{max}w(s)$ , що являється узагальненням на неперервний випадок дискретної задачі отримаємо пріоритетів  $Aw = \lambda_{max}w$ [4]. В неперервному випадку взамін додатної обернено симетричної матриці отримуємо додатне ядро  $K(s,t) > 0$  з властивості  $K(s,t)K(t,s) = 1$  і  $K(s,t)K(t,u) = K(s,u)$  для  $\forall s,t,u$ , що є узгодженістю. Розв'язком для цієї функціональної задачі із області дійсних чисел:

$$w(s) = Ce^{\log b \log s / \log a} P(\log s / \log a),$$

де  $P$  – це період. функція з період. 1 і  $P(0) = 1$ . Найпростіший приклад цього являється  $P(u) = \cos\left(\frac{u}{2B}\right)$ ,  $u = \frac{\log(s)}{\log(a)}$

Можна отримати логарифмічний закон реакції на вплив унаслідок апроксимації даного розв'язку через розклад у ряд ф-цій косинусу та експоненти:

$$v(u) = C_1 e^{-\beta u} P(u) \approx C_2 \log s + C_3$$

$$\beta = -\log ab, \quad \beta > 0.$$

Це закон Вебера-Фехнера (Weber-Fechner) логарифмічної реакції  $M = a * \log(s) + b, a \neq 0$ , на вплив  $s$ . Це емпіричний психофізіологічний закон, що полягає в тому, що інтенсивність відчуття чогось прямо пропорційна логарифму інтенсивності подразника. Тож, з функціонального рівняння реакції на вплив можливо вивести з закону Вебера-Фехнера.

Для оцінки парних порівнянь використовується цілочисельна шкала. Вона може бути побудована таким шляхом: значення реакції залишається сталим доки вплив не почне зростати до досить крупної величини у зрівнянні із величиною впливу. Даний підхід допомагаю зберегти пропорційне відношення збільшення при впливі таким чином, що вплив є можливість визначити для ред., що не є старою. Отже, припустимо, що  $s_0$  – це вплив спочатку, тоді значення впливів далі матимуть наступний вид:

$$s_1 = s_0 + \Delta s_0 = s_0 + \frac{\Delta s_0}{s_0} s_0 = s_0(1+r)$$

$$s_2 = s_1 + \Delta s_1 = s_1(1+r) = s_0(1+r)^2 \equiv s_0 \alpha^2$$

$$s_n = s_{n-1} \alpha = s_0 \alpha^n \quad (n = 0, 1, 2, \dots).$$



Можемо допустити, що у виразі  $M = a * \log(s) + b$  значення  $b = 0$ , тобто реакція на вплив міряється шкалою відношень. Вигляд звичайної реакції  $M_i = \alpha \log \alpha^i, i = 1, \dots, n$ , а посл-сть такого роду реакц.:

$$M_1 = \alpha \log \alpha, M_2 = 2\alpha \log \alpha, \dots, M_n = n\alpha \log \alpha.$$

Роздивимось співвідношення  $\frac{M_i}{M_1}, i = 1, \dots, n$ , таких реакцій. 1-ша реакція являється об'єктом зрівняння та є найменш великою. Чоловік здатен розрізнити різні інтенсивності: серед них низька, середня та висока. Це відбувається приблизно на однакових рівнях. Для всіх з вище зазначених величин на 2-ому, тобто нижчому рівні, ще можуть розрізнити high, middle та low інтенсивність. Як результат, ми маємо 9 значень. Визначимо min величину першій парі (low, low) та max величину дев'ятій парі (high, high) і даним шляхом покриєм увесь об'єм ризиків на обох рівнях. Величина 9 може бути надана max ступеню парного переважання, іншими словами, якщо порівнювати max величину з min.

Якби в нас було достовірне знач., яке вимірювали пристроєм та з'явилося бажання для вживання його задля оцінки, то відсутня потреба в проведенні приближення. Хоча можливий випадок, що достовірна величина якоїсь характеристики невідома, але є задача обчислити ваги  $w_i$  і  $w_j$  2-ох об'єк., тоді на зміну того, аби тільки визначати як ваги якості числа. Після цього можливо виправляти співвідношення  $\frac{w_i}{w_j}$ , можливо обрати 1-не числове із фундамент. таблиці для того, щоб представити співвідношення  $\frac{w_i}{w_j}/1$ . Отже, ми отримали найбільше цілочисельне приближення  $\frac{w_i}{w_j}$ . Фундамент. таблиця потрібна для того, щоб показати чисельне відношення зв'язку переважання.

Раніше згадувалося, що людське створіння не в змозі зробити точне зрівняння деяких предметів, що мають дуже суттєву різницю між собою. Саме

людське створіння не має змоги дуже гарно зрівняти маленький та гігантський об'єкт. Хоча людське створіння має змогу виконати таку задачу по етапах, якщо зрівняє зблизу об'єкти та поетапно збільшить їхню величину до того моменту, доки не буде досягнуто потрібного об'єкту гігантського розміру. Але не зважаючи на це, коли проводимо звірку 2,3 чи більше близьких або однорідних об'єктів користуючись підмогою фундаментальної таблиці, про яку написано вище, відношення величин один-дев'ять, далі знов може бути проведене парне зрівняння наступних величин, які оберемо. Для того, щоб мати табл. для 2-ої множ. табл. обов'язково повинна включати найбільший об'єкт із набору, який розглядався кроком раніше. Усі величини оцінок для 2-ої множ. ділять на величини загального об'єкту, а далі усі результативні величини будуть помножені на вагу загального елемента в 1-ій множ.. Отже, якщо слідувати цій думці далі, то 2 множ. можуть стати такими, які можна порівняти в однаковій табл. (шкалі). Так само можуть бути проведені розрахунки для 3 набору об'єктів, з використанням елемента зі спільними властивостями із 2-ої множ..[20][21][22][23]

## 2.6 Етапи МАІ

Метод аналізу ієрархій (МАІ) був розроблений наприкінці тисяча дев'ятсот сімдесятих років видатним науковцем Т. Сааті родом із США. Ключовим в цьому методі є те, що в ньому відбувається розкладання проблеми на

простіші етапи та покроковий розрахунок пріоритетів, що оцінюють компоненти з використанням парних (попарних) порівнянь.

Вирішення за допомогою МАІ задачі виконується по етапах. Можемо розглянути алгоритм для розв'язання задачі для вибору.

Ключовою перевагою МАІ над іншими являється великий рівень універсальності. Цей метод може бути використаний задля розв'язання задачі різного типу: аналізування ймовірних варіантів того як може скластись ситуація, задача використання ресурсів, розробка рейтингової системи для відвідувачів, створення різноманітних інновацій для кадрів тощо.

У типовій ситуації прийняття рішення: розглядаються кілька варіантів рішення, заданий критерієм, з допомогою якого може бути визначено якою мірою різні варіанти рішень являються достойними варіантами. Ми можемо знати розв'язки, з допомогою яких розв'язується задача та що спричинило вибір одного чи другого варіанту.

Варто зазначити, що до недоліків МАІ можна віднести те, що він вимушує отримати багато інформації від так званих експертів. Найбільшою мірою МАІ використовують для задач, якщо велика частка даних основана опираючись на переваги людини, що вирішує, під час процесу обрання найвдалішого варіанту вирішення проблеми із великої кількості альтернатив, що є.

На першому етапі процедури аналізу експерт будує трирівневу ієрархічну структуру: мета - критерії - альтернативи. Структура об'єднує мета  $F$ , критерії  $K=\{K^j\}$  і альтернативи  $A=\{A_i\}$  тобто ті об'єкти ієрархії  $O = \{O_p^q\}$  ( $q$ - номер рівня ієрархії,  $p$ -номер об'єкта на рівні  $q$ ), які по суті впливають на вибір найкращого варіанта рішення  $A^*$  відповідно до поставленої мети  $F$ .

На другому етапі експертного аналізу шляхом обчислення ступенів переважання здійснюється послідовне, починаючи з другого рівня, порівневого ранжування значущості впливу об'єктів  $O_p^q$  поточного рівня  $q$  на об'єкти  $O_r^{q-1}$  більш високого рівня ієрархії  $q-1$ .

На завершальному, третьому етапі обчислюються компоненти глобального вектора пріоритетів  $u_p (p = 1, \dots, m)$  для об'єктів-альтернатив  $A_p = O_p^3$  нижнього рівня ієрархії. Компоненти  $u_p$  відображають вплив альтернативи  $A_p$  на досягнення мети  $F$  шляхом процедур парного прямого і непрямого ранжир-вання об'єктів-альтернатив  $A$  з урахуванням розташованого на відповідних рівнях ієрархії безлічі об'єктів-критеріїв  $K$ , що і забезпечує вибір експертного рішення  $A^*$ .

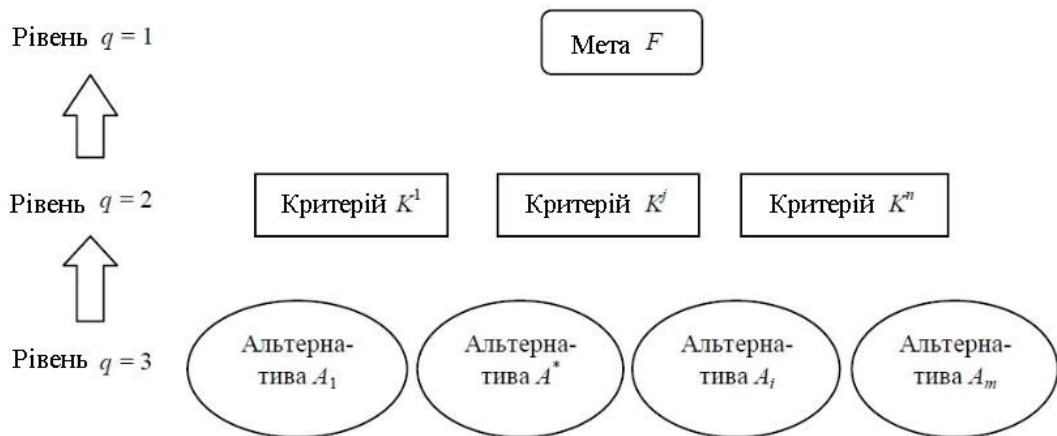


Рисунок 2.1 – Ієрархічна структура проблеми вибору найкращої альтернативи

Розглянемо основну елементарну процедуру експертного аналізу - етап ранжирування безлічі об'єктів  $O_p^q$  даного рівня  $q$  (наприклад, безлічі альтернатив) по кожному об'єкту  $O_r^{q-1}$  наступного більш високого рівня  $q-1$  (скажімо, по кожному з критеріїв). В основі зазначеної елементарної операції лежить

проведення парних порівнянь об'єктів  $O_i^q$  і  $O_j^q$  згідно з відомою і повсюдно використовуваною шкалою.

Процес парних порівнянь ранжируваних об'єктів  $O_p^q$  (альтернатив  $A$  і критеріїв  $K$ ) супроводжується побудовою матриці парних порівнянь  $X$ . При цьому числа, що відповідають порівняльній значущості об'єктів, заповнюють відповідні елементи матриці  $X$ . Важливою особливістю методу є зворотна симетричність оцінок. Це скорочує роботу експерта по проведенню оцінок і дозволяє використовувати теорію назад симетричних матриць. Зауважимо, що всі значення оцінок, які містяться на головній діагоналі матриці  $X$ , рівні одиниці, так як будь-який ранжируваний об'єкт дорівнює самому собі за значимістю. Матриці парних порівнянь для другого і третього рівнів зображеної (рисунок 2.1) ієрархії відповідно мають вигляд, представлений (Рисунок 2.2).

Так, досліджувані далі матриці парних порівнянь із збереженням означень для трьох і чотирьох ранжируваних об'єктів  $O_p^q$  ( $p = 1, \dots, 4$ ) на деякому рівні ієрархії  $q$  мають відповідно представлену (Рисунок 3.3) структуру, де згідно табл. 1 величини  $a, \dots, f$  приймають значення з дискретної безлічі  $\{1/9, 1/8, \dots, 1/2, 1, 2, \dots, 8, 9\}$ .

Таблиця 2.1 - Шкала парних порівнянь елементів ієрархії

ступінь значущості	визначення	пояснення
1	однакова значимість	Об'єкти $Q_i^q$ і $Q_j^q$ вносять однаковий внесок у досягнення мети
3	слабка значимість	Досвід і судження дають легке перевагу об'єкта $Q_i^q$ перед об'єктом $Q_j^q$
5	Істотна або сильна значимість	Досвід і судження дають сильне перевагу об'єкту $Q_i^q$ перед об'єктом $Q_j^q$
7	Дуже сильна або очевидна значимість	Перевага об'єкта $Q_i^q$ перед об'єктом $Q_j^q$ дуже сильно. Його перевага практично явно
9	абсолютна значимість	Свідectво про перевагу об'єкта $Q_i^q$ перед об'єктом $Q_j^q$ надзвичайно переконливо
2,4,6,8	Проміжні значення між сусідніми значеннями шкали	Ситуація, коли необхідно компромісне рішення
Зворотні величини наведених вище чисел (1/2, ..., 1/9)	Якщо об'єкту $Q_i^q$ при порівнянні з об'єктом $Q_j^q$ приписується одне з наведених вище чисел $z$ , то об'єкту $Q_j^q$ при порівнянні з об'єктом $Q_i^q$ приписується зворотне значення $1/z$	Обґрунтоване припущення про програш об'єкта $Q_i^q$ об'єкту $Q_j^q$ за бажанням відповідного рівня

$$\begin{pmatrix} O_1^1 & K^1 & \dots & K^j & \dots & K^n \\ K^1 & 1 & \dots & {}_2R_{1j}^1 & \dots & {}_2R_{1n}^1 \\ \vdots & \vdots & 1 & \vdots & \ddots & \vdots \\ K^j & ({}_2R_{1j}^1)^{-1} & \dots & 1 & \dots & {}_2R_{jn}^1 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & 1 & \vdots \\ K^n & ({}_2R_{1n}^1)^{-1} & \dots & ({}_2R_{jn}^1)^{-1} & \dots & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} K^j & A_1 & \dots & A_i & \dots & A_m \\ A_1 & 1 & \dots & {}_3R_{1i}^j & \dots & {}_3R_{1m}^j \\ \vdots & \vdots & 1 & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_i & ({}_3R_{1i}^j)^{-1} & \dots & 1 & \dots & {}_3R_{im}^j \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & 1 & \vdots \\ A_m & ({}_3R_{1m}^j)^{-1} & \dots & ({}_3R_{im}^j)^{-1} & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

Рисунок 2.2 – Матриці парних порівнянь другого і третього рівнів

$$X = \begin{pmatrix} 1 & a & b \\ a^{-1} & 1 & c \\ b^{-1} & c^{-1} & 1 \end{pmatrix} \quad Y = \begin{pmatrix} 1 & a & b & d \\ a^{-1} & 1 & c & e \\ b^{-1} & c^{-1} & 1 & f \\ d^{-1} & e^{-1} & f^{-1} & 1 \end{pmatrix}$$

Рисунок 2.3 – Матриці парних порівнянь для трьох і чотирьох об'єктів

Після заповнення матриці парних порівнянь наступний крок полягає в обчисленні вектора пріоритетів, т. Е. Ваг проранжувати значущості об'єктів. З точки зору матричного аналізу ця операція суть обчислення головного власного вектора матриці, який після нормалізації робиться вектором пріоритетів  $u$ . На думку експертів, координати вектора пріоритетів  $u^j = \{u_i^j\}$  відображають ступінь пріоритету або значимість розташованого на  $q$ -ме рівні ієрархії  $i$ -го ранжируемого об'єкта-альтернативи  $O_i^q$  оцінюваного з позицій  $j$ -го об'єкта-критерію  $O_j^{q-1}$  займає більш високий  $(q - 1)$  рівень. Опускаючи для стислості індекс  $j$ , маємо для порівнюємих за рангом трьох об'єктів  $O_i^q$ .

$$v = (v_1, v_2, v_3)',$$

де, « ' » - символ транспонування.

## 2.7 Висновки за розділом

MAI (метод аналізу ієрархій) —поширений алгоритм для систем підтримки прийняття рішень. Характерною ознакою для нього є те, що ключову роль відіграє досвід та думки експертів предметної області щодо якої проводиться дослідження.

Основна ідея методу аналізу ієрархій Сааті полягає в тому, що проблема дослідження декомпонується на окремі частини і представляється у вигляді ієрархії. При цьому відбувається структурування і спрощення проблеми. Ієрархія містить на верхньому рівні мету, на нижчих рівнях - підцілі і критерії. Результатом роботи методу є значення багатовимірної функції, побудованої для даної ієрархії.

Алгоритм MAI відмінно справляється з задачею управління ланцюгами поставок підприємства. З його допомогою можна розглянути, дослідити та зробити структуру з критеріїв для необхідної задачі. Є можливість для її динамічної зміни, а також на її основі можна робити висновок, про необхідність змін в компанії, що розглядається.



## РОЗДІЛ 3 МЕТОДИ І МОДЕЛІ АНАЛІЗУ ІЄРАРХІЙ НА ОСНОВІ НЕЧІТКИХ ОЦІНОК ЕКСПЕРТІВ

### 3.1 Оцінювання узгодженості інтервальної матриці парних порівнянь

Для оцінювання рівня суперечливості експертних оцінок парних порівнянь при обчисленні ваг використовується поняття узгодженості. Розглянемо алгоритм оцінювання альтернатив рішень на основі інтегральної матриці парних порівнянь( Рисунок 3.1).

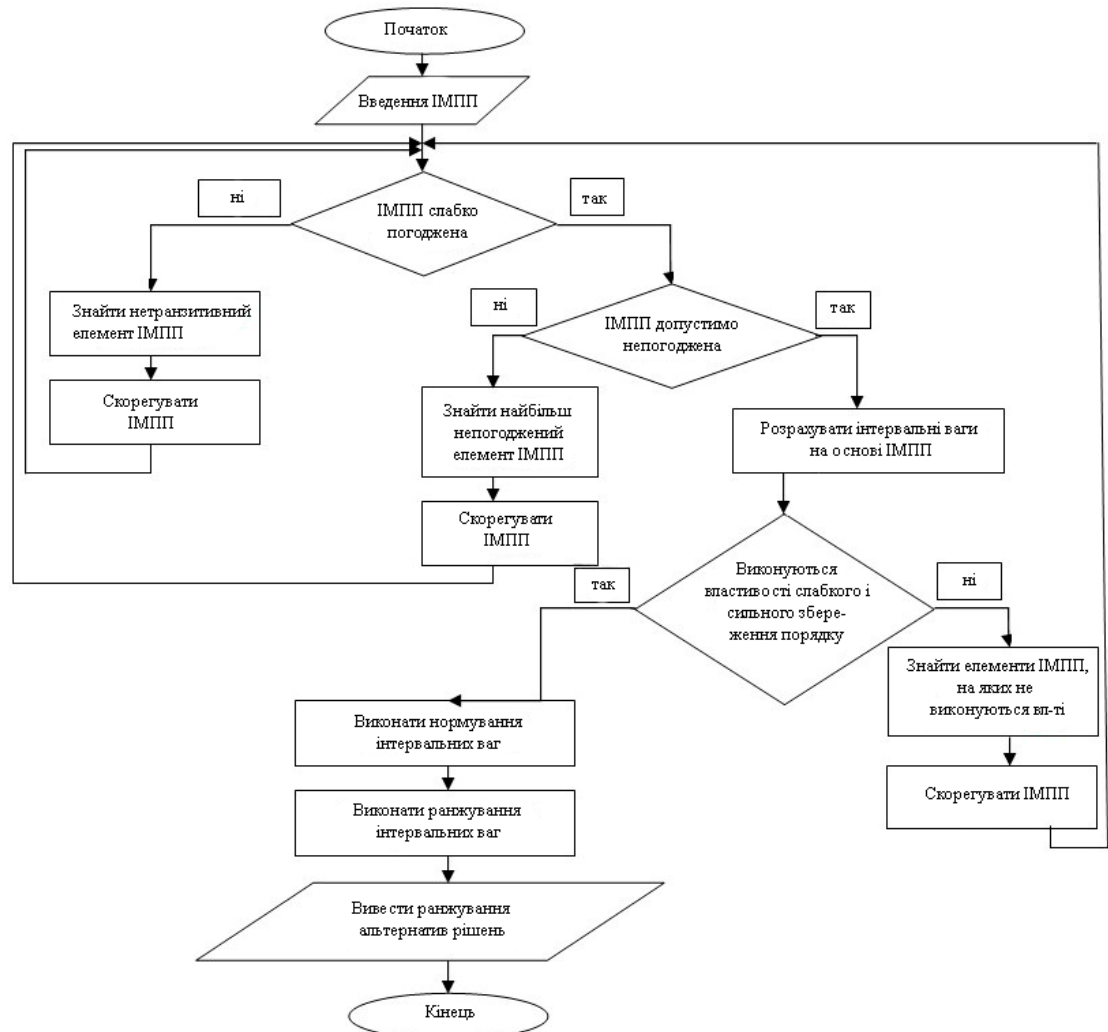


Рисунок 3.1. Алгоритм оцінювання альтернатив рішень на основі інтегральної матриці парних порівнянь

Інтервальна матриця парних порівнянь називається погодженою, якщо наступна допустима область непорожня:

$$W = \{w = (w_1, \dots, w_n) | l_{ij} \leq \frac{w_i}{w_j} \leq u_{ij}, \sum_{i=1}^n w_i = 1, w_i > 0\}$$

Інтервальна матриця парних порівнянь являється узгодженю т.т.т.к. її елементи задовольняють наступне обмеження:

$$\max_k l_{ik} l_{kj} \leq \min_k u_{ik} u_{kj}$$

для  $\forall i = \overline{1, n}, j = \overline{1, n}$ .

Зазвичай, інтервальна матриця парних порівнянь, що побудована опираючись на експертні оцінки являється неузгодженою. В даних оцінки майже завжди присутні так звані викиди та вони нетранзитивні, що як наслідок робить неузгодженою інтервальну матрицю парних порівнянь. Для чіткої матриці парних порівнянь розроблені методи виявлення викидів і нетранзитивності елементів, які, в принципі, можуть бути застосовані і до інтервальної матриці парних порівнянь. Також для оцінювання якості чітких матриць парних порівнянь використовується поняття слабкої узгодженості.

У даному розділі розглянемо властивість слабкої узгодженості матриці парних порівнянь, а також властивості слабого і сильного збереження порядку на множині альтернатив рішень і виконаємо їх узагальнення на випадок інтервальної матриці парних порівнянь. Ці властивості інтервальної матриці парних порівнянь будуть в подальшому використовуватися в роботі при аналізі особливостей роботи моделей обчислення ваг.

Порядок зберігається слабо (має місце перевага по елементам), якщо

$$(a_{ij} > 1) \Rightarrow (w_i \geq w_j)$$

Було висунуто гіпотезу про те, що властивість слабого збереження порядку дозволить виявити елементи, що призводять до циклу (порядкової нетранзитивності елементів), і, відповідно, до неузгодженості інтервальної МПП.

Порядок зберігається сильно (має місце перевага по рядкам), якщо із умов  $\forall k = \overline{1, n} \ a_{ik} \geq a_{jk}$  і  $\exists q = \overline{1, n} \ a_{iq} > a_{jq}$  випливає, що  $w_i \geq w_j$ . Традиційні методи головного власного вектору і логарифмічних найменших квадратів для обрахування ваг на основі чітких МПП забезпечує сильне збереження порядку, але не забезпечує слабке збереження.

### 3.2 Ранжування інтервальних ваг

Методи обчислення ваг на підставі нечітких МПП часто призводять до нечітих результуючих векторів ваг. Тому для узагальнення визначень слабкої узгодженості, слабого і сильного збереження порядку на нечіткий випадок необхідно обрати метод порівняння нечітких чисел - елементів нечіткої матриці парних порівнянь і елементів нечіткого вектора ваг.

Існує багато методів ранжирування нечітких чисел, запропонованих в 1970-1980-ті роки, серед яких метод ступенів оптимальності, використання функції Хемминга, використання альфа-рівнів, використання нечіткої середньої і розкиду, використання близькості до ідеалу, використання центроїдного

індексу і ін. Відомі методи ранжирування інтервалів, засновані на порівнянні середин або кінців інтервалів. Недолік цих методів в тому, що в багатьох випадках можна отримати тільки часткове ранжування. Запропоновані методи порівняння інтервальних чисел, що визначають індекс оптимізму і ступінь переважання одного інтервального числа над іншим з песимістичної точки зору. Метод ступенів переважання простий в застосуванні, має бажані властивості (зокрема, дозволяє отримати повне ранжування) і знайшов широке практичне застосування.

Нехай  $a = [a^l, a^u]$  и  $b = [b^l, b^u]$ - інтервальні числа,  $0 \leq a^l \leq a^u \leq 1, 0 \leq b^l \leq b^u \leq 1$ . Ступінь переважання  $a \succcurlyeq b$  визначається наступним шляхом:

$$p(a \succcurlyeq b) = \left(1 - \max\left(\frac{b^u - a^l}{(a^u - a^l) + (b^u - b^l)}, 0\right), 0\right).$$

Ступінь переважання  $p(a \succcurlyeq b)$  має наступні властивості:

1.  $p(a \succcurlyeq b) \in [0, 1]$ .
2.  $p(a \succcurlyeq b) + p(b \succcurlyeq a) = 1, p(a \succcurlyeq a) = \frac{1}{2}$ .
3.  $p(a \succcurlyeq b) = 1$  т.т.т.к.  $a^l \geq b^u$ .
4.  $p(a \succcurlyeq b) = 0$  т.т.т.к.  $b^l \geq a^u$ .
5.  $p(a \succcurlyeq b) = 0.5$  т.т.т.к.  $a^l + a^u \geq b^l + b^u$ .
6. Нехай  $a, b, c$  – інтервальні числа. За умови  $p(a \succcurlyeq b) \geq 0.5$  і  $p(b \succcurlyeq c) \geq 0.5$ , тоді  $p(a \succcurlyeq c) \geq 0.5$  (властивість транзитивності).

Ступінь переважання  $p(a \succcurlyeq b)$  є можливість розглянути, як ступінь того, наскільки нечітке відношення переважання  $a \succcurlyeq b$  1-го інтервального числа над іншим. Якщо будується ранжирування, то зазвичай користуються символами  $a \overset{p(a \succcurlyeq b)}{\succ} b$ .

Відзначимо, що формулу, за якою можна отримати ступінь переважання також є можливість подати у схожому виді:

$$p(a \succcurlyeq b) = \frac{\max(a^u - b^l, 0) - \max(a^l - b^u, 0)}{(a^u - b^l) - (a^l - b^u)}$$

Метод, за допомогою якого ранжируються інтервальні числа на основі ступенів переважання зазвичай йде по етапам:

1. Вирахувати матрицю ступенів переважання  $P = \{(p_{ij}) | i, j = 1, n\}$ , де  $p_{ij} = p(x_i \succcurlyeq x_j)$ .
2. Для  $\forall i = 1, 2, \dots, n$  розрахувати загальну величину переважання інтервального числа  $x_i$ :

$$p_i = \sum_{j=1}^n p_{ij}$$

або

$$p_i = \frac{1}{n(n-1)} \left( \sum_{j=1}^n p_{ij} + \frac{n}{2} - 1 \right)$$

3. Розрахувати та скласти ранжування інтервальних чисел  $x_1, x_2, \dots, x_n$  так, що вони відпадали спаданню значень  $p_i$ .

### 3.3 Моделі обчислення інтервальних ваг на основі інтервальної матриці парних порівнянь

Існують такі моделі обчислення інтервальних ваг на основі інтервальної матриці парних порівнянь як: модель цільового лінійного програмування GPM(LGPPM) та модель нижньої і верхньої апроксимації. Розглянемо їх послідовно.

Модель цільового лінійного програмування GPM(LGPPM):

Інтервальну матрицю парних порівнянь  $A$  (1) можливо представити двома речовими додатніми матрицями  $A^L$  і  $A^U$ , де  $A^L \leq A \leq A^U$ :  $A^L = \{(l_{ij})\}$ ,  $A^U = \{(u_{ij})\}$ .

Відомо, що для заданої експертом інтервальної матриці парних порівнянь існує нормований вектор  $W = (w_i)$ ,  $w_i = [w_i^L, w_i^U]$ , близький до  $A$  в сенсі  $a_{ij} = \frac{[w_i^L, w_i^U]}{[w_j^L, w_j^U]} \varepsilon_{ij}$  для всіх  $i = \overline{1, n}$ ,  $j = \overline{1, n}$ , де  $\varepsilon_{ij}$  – деяке обурення. Розглянемо узгоджену інтервальну МПП  $\tilde{A} = \{(\tilde{a}_{ij})\}$ :

$$a_{ij} = \frac{[w_i^L, w_i^U]}{[w_j^L, w_j^U]} = \left[ \frac{w_i^L}{w_j^U}, \frac{w_i^U}{w_j^L} \right]$$

і представимо її за допомогою двох чітких невід'ємних матриць  $\tilde{A}^L$  і  $\tilde{A}^U$ :

$$\tilde{A}^L = \left[ \frac{w_i^L}{w_j^U} \right], \tilde{A}^U = \left[ \frac{w_i^U}{w_j^L} \right].$$

Запишемо в матричному вигляді

$$\begin{aligned}\tilde{A}_L W_U &= W_U + (n-1)W_L, \\ \tilde{A}_U W_L &= W_L + (n-1)W_U\end{aligned}$$

де  $W_L = \{(w_i^L) | i = 1, \dots, n\}$ ,  $W_U = \{(w_i^U) | i = 1, \dots, n\}$  - чіткі вектори ваг.

Інтервальна матриця парних порівнянь в загальному випадку неузгоджена, тому ці рівності для  $A$  виконуються тільки наближено. Введемо вектори відхилень:

$$\begin{aligned}E &= (A_L - I)W_U - (n-1)W_L, \\ \Gamma &= (A_U - I)W_L - (n-1)W_U, (I)\end{aligned}$$

де  $E = \{(\varepsilon_i) | i = 1, \dots, n\}$ ,  $\Gamma = \{(\gamma_i) | i = 1, \dots, n\}$ ,  $I$  - одинична матриця розмірності  $n$ . Величини  $\varepsilon_i, \gamma_i$  при  $i = \overline{1, n}$  є показниками відхилень.

Бажано, щоб абсолютні значення цих показників були якомога меншими (граничний випадок  $\varepsilon_i = \gamma_i = 0$  відповідає узгодженості інтервальної матриці парних порівнянь  $A$ ). Тому для знаходження вектора ваг  $W = (w_i), w_i = [w_i^L, w_i^U]$ . Будується модель 1 цільового програмування. У моделі 1 перші два обмеження записані відповідно до умови (1), наступні два задають необхідне і достатнє умови нормування для інтервального вектора ваг. Наступні два визначають властивості слабкого і сильного збереження порядку. Останні два - це умови на нижній і верхній кінці інтервального ваги і їх неотріцательность. Так

як вектори відхилень і можуть приймати негативні значення, виконаємо заміну змінних:

$$\varepsilon_i^+ = \frac{\varepsilon_i + |\varepsilon_i|}{2}, \varepsilon_i^- = \frac{-\varepsilon_i + |\varepsilon_i|}{2}, \gamma_i^+ = \frac{\gamma_i + |\gamma_i|}{2}, \gamma_i^- = \frac{-\gamma_i + |\gamma_i|}{2}, i = \overline{1, n}, \varepsilon_i^+ \geq 0, \varepsilon_i^- \geq 0, \gamma_i^+ \geq 0, \gamma_i^- \geq 0.$$

Запишемо модель 1 з урахуванням заміни змінних (Рисунок 3.2) і отримаємо модель 2 лінійного програмування:

#### Модель 1

Мінімізувати

$$J = \sum_{i=1}^n (|\varepsilon_i| + |\gamma_i|)$$

при обмеженнях:

$$E = (A_L - I)W_U - (n-1)W_L$$

$$\Gamma = (A_U - I)W_L - (n-1)W_U$$

$$\sum_{j=1, j \neq i}^n w_j^U + w_i^L \geq 1, \quad i = \overline{1, n}$$

$$\sum_{j=1, j \neq i}^n w_j^L + w_i^U \leq 1, \quad i = \overline{1, n}$$

$$W_U - W_L \geq 0$$

$$W_L \geq 0$$

#### Модель 2

Мінімізувати

$$J = \sum_{i=1}^n (\varepsilon_i^+ + \varepsilon_i^- + \gamma_i^+ + \gamma_i^-) = e^T (E^+ + E^- + \Gamma^+ + \Gamma^-)$$

при обмеженнях:

$$E^+ + E^- = (A_L - I)W_U - (n-1)W_L$$

$$\Gamma^+ + \Gamma^- = (A_U - I)W_L - (n-1)W_U$$

$$\sum_{j=1, j \neq i}^n w_j^U + w_i^L \geq 1, \quad i = \overline{1, n}$$

$$\sum_{j=1, j \neq i}^n w_j^L + w_i^U \leq 1, \quad i = \overline{1, n}$$

$$W_U - W_L \geq 0$$

$$W_L, E^+, E^-, \Gamma^+, \Gamma^- \geq 0$$

Рисунок 3.2. Модель 2 лінійного програмування

Модель нижньої і верхньої апроксимації (LUAM):

Так як і для минулої моделі, допустимо, що для заданої експертом інтервальної матриці парних порівнянь  $A$  існує нормований вектор  $W =$



$(w_i), w_i = [w_i^L, w_i^U]$ , близький до  $A$  в сенсі  $a_{ij} = \frac{[w_i^L, w_i^U]}{[w_j^L, w_j^U]} \varepsilon_{ij}$  для всіх  $i = \overline{1, n}, j = \overline{1, n}$ , де  $\varepsilon_{ij}$  – деяке обурення.

Побудуємо дві апроксимації інтервальних матриць парних порівнянь  $A$  – нижню  $c_{ij}$  і верхню  $d_{ij}$ :

$$c_{ij} \subseteq a_{ij} \text{ (нижня апроксимація)}$$

$$a_{ij} \subseteq d_{ij} \text{ (верхня апроксимація)}$$

де  $c_{ij}$  і  $d_{ij}$  – оцінки нижнього і верхнього (лівого і правого) кінців інтервальних оцінок для відношень ваг.

Позначимо  $w1_i = [w1_i^L, w1_i^U]$  – нижні інтервальні ваги;  $w2_i = [w2_i^L, w2_i^U]$  – верхні інтервальні ваги.

Використовуючи інтервальну арифметику, напишемо умови:

$$c_{ij} \subseteq a_{ij} \Leftrightarrow \left( \frac{w1_i^L}{w1_j^U} \geq l_{ij} \right) \wedge \left( \frac{w1_i^U}{w1_j^L} \leq u_{ij} \right)$$

$$d_{ij} \supseteq a_{ij} \Leftrightarrow \left( \frac{w2_i^L}{w2_j^U} \leq l_{ij} \right) \wedge \left( \frac{w2_i^U}{w2_j^L} \geq u_{ij} \right)$$

При побудові нижньої і верхньої моделей будемо шукати найбільшу нижню і найменшу верхню межі кінців інтервальних ваг, відповідно. Оптимізаційна задача для максимізації суми довжин інтервальних чисел  $c_{ij}$  при першому обмеженні вище формується, як нижня модель. Оптимізаційна задача для мінімізації суми довжин інтервальних чисел  $d_{ij}$  при другому обмеженні вище, формується як верхня модель.

Нижня модель:

$$J1 = \sum_{i=1}^n (w1_i^U - w1_i^L) \rightarrow \max$$

при обмеженнях:

$$w1_i^L \geq l_{ij} w1_j^L, \quad \forall i, j, i \neq j$$

$$w1_i^U \leq u_{ij} w1_j^L, \quad \forall i, j, i \neq j$$

$$\sum_{j=1, j \neq i}^n w1_j^U + w1_i^L \geq 1, \quad i = \overline{1, n}$$

$$\sum_{j=1, j \neq i}^n w1_j^L + w1_i^U \leq 1, \quad i = \overline{1, n}$$

$$w1_i^U - w1_i^L \geq 0, \quad i = \overline{1, n}$$

$$w1_i^L > 0, \quad i = \overline{1, n}$$

Верхня модель:

$$J2 = \sum_{i=1}^n (w2_i^U - w2_i^L) \rightarrow \min$$

при обмеженнях:

$$w2_i^L \leq l_{ij} w2_j^L, \quad \forall i, j, i \neq j$$

$$w2_i^U \geq u_{ij} w2_j^L, \quad \forall i, j, i \neq j$$

$$\sum_{j=1, j \neq i}^n w2_j^U + w2_i^L \geq 1, \quad i = \overline{1, n}$$

$$\sum_{j=1, j \neq i}^n w2_j^L + w2_i^U \leq 1, \quad i = \overline{1, n}$$

$$w2_i^U - w2_i^L \geq 0, \quad i = \overline{1, n}$$

$$w2_i^L > 0, \quad i = \overline{1, n}$$

Основна мета нижньої моделі - знайти такі ваги альтернатив, щоб відповідна теоретична (узгоджена) інтервальна матриця парних порівнянь обмежувала задану інтервальну матрицю парних порівнянь знизу. При цьому найбільш бажані ті ваги, які мають найбільшу можливу неточність, що виражається шириною інтервального числа. Тому нижня модель формулюється як задача максимізації. Перші два обмеження нижньої моделі забезпечують наближення відповідної теоретичної (узгодженої) інтервальної матриці парних порівнянь до заданої інтервальної матриці парних порівнянь знизу. Наступні два обмеження - необхідна і достатня умови нормування інтервального вектора ваг. Останні дві умови забезпечують коректність інтервального числа і його позитивність. Серед особливостей нижньої моделі можна відзначити відсутність її рішення при деякому рівні неузгодженості експертних оцінок.

Верхня модель призначена для знаходження таких ваг альтернатив, щоб відповідна теоретична інтервальна матриця парних порівнянь обмежувала задану інтервальну матрицю парних порівнянь зверху. Найбільш бажані ваги, які мають найменшу можливу ступінь неточності, тому верхня модель формулюється як задача мінімізації. Обмеження верхньої моделі аналогічні відповідним обмеженням нижньої моделі. Можна довести, що оптимальне рішення верхньої моделі завжди існує.

### 3.4 Результати аналізу моделей обчислення інтервальних ваг

Взявши за основу моделі, що були розглянуті вище, можна сказати наступне:

Моделі GPM та LUAM були створені задля інтервальних матриць парних порівнянь, що були побудовані на основі експертних оцінок в мультиплікативних шкалах. Вони можуть бути застосовувані для узгоджених і для неузгоджених інтервальних МПП, і як результат отримуємо інтервальні ваги.

В основі моделі GPM лежить мінімізація абсолютних значень відхилень інтервальної МПП, що задана експертом, від теоретичної інтервальної матриці парних порівнянь.

Модель LUAM ділиться на дві підмоделі - верхню та нижню і, як результат на виході є 2 інтервальних вектора ваг, що 2-ма теоретичними інтервальними матрицями парних порівнянь знизу і зверху обмежують невідомі реальні ваги альтернатив. Дані результати являються не такими вдалими задля роботи у майбутньому, але у цілому поєднують розв'язки моделі GPM.

Обидві моделі і GPM , і LUAM дають нам змогу знайти нормовані інтервальні ваги. Коли обирається метод задля нормування інтервальних значень має сенс брати до уваги, що якщо ми використовуємо розширені бінарні операції, то це зачасту результує нереалістично широкими результуючими інтервалами, а з цього випливає, що не завжди має сенс використовуватись в практичних задачах.

Обидві моделі LUAM і GPM схожі, і беруть до використання усі елементи інтервальної матриці парних порівнянь.

Суть обох моделей LUAM і GPM заключається у розв'язанні задач лінійного програмування. Варто звернути увагу, що далеко не кожного разу має розв'язки нижня модель LUAM. Впливає на те чи існує розв'язок у нижній моделі LUAM конкретна інтервальна матриця парних порівнянь.

Модель GPM, відрзняється від LUAM тим, що дає можливість в якоюсь мірою зробити оцінку неузгодженості інтервальної матриці парних порівнянь (експертних оцінок, що на виході). Оцінками неузгодженості у даних моделях слугують у деяких випадках оптимальні величини цільових функцій  $J^*$ . Хоча, надається увага моменту чи є неузгодженості в інтервальної матриці парних порівнянь, що відповідає  $J^* \neq 0$  . Модель GPM не дає змоги зробити оцінки, чи допустима ця неузгодженість для можливості використати її під час прийняття рішення, що відрізняється, від метода, який традиційно використовують - головного власного вектора ЕМ для чітких МПС, у якому створені граничні величини, з ними ставиться у порівняння індикатор неузгодженості CR.

В моделі GPM цільова функція несе в собі суму усіх відхилень по рядках інтервальної матриці парних порівнянь, що задана, від інтервальної матриці парних порівнянь, яка є ідеальною (чи теоретичною). Як наслідок з'являється можливість розрахувати максимально неузгоджений елемент інтервальної

матриці парних порівнянь, через спосіб, при якому потрібно знайти максимальний доданок у сумі, іншими словами рядки інтервальної матриці парних порівнянь, що робить максимальне відхилення. Далі є можливість зробити підвищення узгодженості інтервальної матриці парних порівнянь, як приклад, можна організувати зворотний зв'язок з експертом, для цього потрібно повернути йому максимально неузгоджений елемент для того, щоб у нього була можливість переглянути. Звернемо увагу, що для моделі LUAM не існує схожої властивості, немає змоги зробити підвищення узгодженості інтервальної матриці парних порівнянь, виключивши цикли (порядково нетранзитивні судження експертів) в даній матриці.

До переваг моделі GPM можливо віднести, те що її відносно не тяжко розширити. Зустрічаються випадки нечітких матриць парних порівнянь, коли елементи в них задані, трапецієподібними або трикутними нечіткими множинами.

### 3.5 Висновки за розділом

В цьому розділі були розглянуті методи і моделі аналізу ієрархій на основі нечітких оцінок експертів: моделі GPM та LUAM

В основі моделі GPM лежить мінімізація абсолютних значень відхилень інтервальної МПП, що задана експертом, від теоретичної інтервальної матриці парних порівнянь. До переваг моделі GPM можливо віднести, те що її відносно не тяжко розширити. До недоліків можна віднести, що модель GPM не дає змоги зробити оцінки, чи допустима ця неузгодженість для можливості використати її під час прийняття рішення, що відрізняється, від класичних методів.

Модель LUAM ділиться на дві підмоделі - верхню та нижню і, як результат на виході є 2 інтервальних вектора ваг, що 2-ма теоретичними інтервальними матрицями парних порівнянь знизу і зверху обмежують невідомі реальні ваги альтернатив. Дані результати являються не такими вдалимися задля роботи у майбутньому. Для моделі LUAM не існує можливості виконати підвищення узгодженості інтервальної матриці парних порівнянь, виключивши цикли.

У кожної з моделей є свої недоліки та переваги, але на мою думку для використання за замовчування більше підходить модель GPM.

## **РОЗДІЛ 4 УПРАВЛІННЯ ЛАНЦЮГАМИ ПОСТАВОК ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ МЕТОДУ АНАЛІЗУ ІЄРАРХІЙ**

### **4.1 Класифікація та основні принципи управління ланцюгами поставок**

Ланцюг поставок – це методика, яка дозволяє оптимізувати всі горизонтальні або вертикальні комунікативні зв'язки в топ-менеджменті компанії. Цей підхід є досить незвичайним і ефективним тому, що він охоплює весь виробничий ланцюжок, від наших постачальників до наших клієнтів, постійно підтримуючи взаємний обмін інформацією учасників ЛП.

Ключові моменти вдалої роботи ланцюгу поставок для компанії є зменшення розміру оборотного капіталі через зменшення необхідності в великих запасах. Другим моментом є рентабельність та, як наслідок, збільшення можливості для інвестування в дослідження . І наостанок – це за рахунок того, що виробництво керується чітким планом – рівень якості обслуговування клієнтів значно зростає.

Ключовий фактор для успішної роботи ланцюгом поставок – це здатність у реальному часі ділитися інформацією усіма учасниками процесу і приймання загального рішення усіма учасниками процесу без винятку. Такий ключ допомагає мінімізувати час на реакцію для реагування, та робить максимально ефективним план екстрених дій відносно ризиків, які можуть бути пов'язані з перебоями у постачанні, поганою якістю(браком), або несподіваною зміною попиту споживачів. Прогнозування майбутніх продаж є необхідним для

контролю потоку товарів, тому фірма повинна мати точний прогноз споживчого попиту.

Перед нами стоїть завдання системно оцінити пріоритетність інформаційної потреби в системі обміну інформацією між учасниками ЛП. Таку задачу можна розв'язати, як задачу багатокритеріальної підтримки прийняття рішень.

Головною нашою ціллю буде саме аналіз важливості інформації в ланцюгу поставок задля того, щоб точність прогнозування попиту споживачів була більш високою. В [16] ми можемо спостерігати, що у новітніх системах управління ланцюгами поставок є різні типи інформації, які можливо використати задля того, щоб спрогнозувати попит. Представимо ці типи даних, як альтернативи рішень:

1. Інформація про щоденні або щотижневі продажі ( $a_1$ ).
2. Замовлення ( $a_2$ ).
3. Локальні прогнози ( $a_3$ ), які надаються кожним споживачем.
4. Інформація про конкурентів ( $a_4$ ) корисна під час впровадження нового товару, проте є більш дорогою.
5. Дані обліку товарів ( $a_5$ ) для зменшення вартості запасів.
6. Інформація про рекламні акції ( $a_6$ ).
7. Сезонні продажі ( $a_7$ ).
8. Політика уряду щодо експорту і виробництва ( $a_8$ ).
9. Дисконтні продажі ( $a_9$ ).

Звернемо увагу на множину, що складається із факторів впливу на обмін інформацією в ланцюгу поставок, який відбувається обома сторонами [16]:



1. Скільки коштує отримати інформацію від іншого учасника ланцюга поставок, далі називатимемо витрати (  $f_1$  ).
2. Достовірність інформації, яку ми отримуємо з джерела, далі називатимемо надійність (  $f_2$  ).
3. Наскільки часто використовується інформація у всіх (окремо чи разом) процесах ланцюга поставок. Зокрема можна виділити так процеси як: планування, виробництво товару, прогнозування та інші. А також ступінь можливості для включення її в систему управління у майбутньому, далі називатимемо ступінь використання (  $f_3$  ).
4. Наскільки швидко компанія зможе відреагувати на отриману інформацію, далі називатимемо результативність (  $f_4$  ).
5. Наскільки ефективно зможе використати інформацію компанія, для того щоб спрогнозувати і отримати найбільший дохід, далі називатимемо прогнозна здатність (  $f_5$  ).

Усю сукупність цих факторів будемо називати далі критеріями рішень.

Розрахунок того наскільки відносно важливі чи пріоритетні типи інформації, що наведені вище при цьому беручи до уваги критерії рішень, використовуючи думки всіх, хто бере участь в ланцюгу поставок є задачею підтримки прийняття рішень.

Задача може бути сформульована у наступному виді. Будується ієрархічна модель підтримки прийняття рішень, як направлений граф  $S = \{V, L, E, PCM\}$ , де  $V = \{C_0, C_1, C_2\}$  – це множина вершин графу. Також дані кластери з елементами задачі, такими як критерії рішень  $f_1 - f_5$ , вони утворюють кластер  $C_1$ , альтернативи рішень  $a_1 - a_0$ , вони утворюють кластер  $C_2$ , і в свою чергу ціль, що є головною ( $C_0$ ).  $L$  – в ієрархії є множиною направлених ребер;  $E$  – є

множиною оцінок елементів ієрархії, що надані в шкалою всіма, хто бере участь в ланцюгу поставок, як експертами; РСМ – являється множиною обернено симетричних матриць парних порівнянь – елементів ієрархії.

Задача: 1) зробити оцінювання того, наскільки якісною є інформація; 2) знайти локальні ваги елементів кластерів  $C_1$  і  $C_2$  опираючись на оцінки експертів, 3) знайти ваги альтернатив рішень, що агреговані за моделлю та що будуть результуючими значеннями пріоритетності або важливості, що їм відповідає.

4.2. Опис алгоритму для оцінювання ступеню важливості інформації в системі управління ланцюгом поставок.

Для задачі підтримки прийняття рішень було розроблено в [17,18] досить системну методологію та підхід в основі якого лежать мережеві та ієрархічні моделі. Їх було взято за основу і складено алгоритм, який можна побачити далі (Рисунок 3.1), він в загальному ділиться на 3 етапи.

На 1-ому етапі можна спостерігати аналіз якості оцінок, які були отримані від експертів і представлених матриць парних порівнянь. Використовується метод оцінювання і підвищення узгодженості [19-21]. До його особливостей можна віднести – знаходження циклів в матрицях парних рішень, дослідження властивостей слабкої неузгодженості та виявлення елементів, які є найнеузгодженішими в матриці парних порівнянь. Метод може застосовуватися до різних видів матриць парних порівнянь, зокрема нечітких, мультиплікативних, адитивних та. Як результат того, що перший етап виконаний

для усіх елементів нашої моделі буде матриця парних порівнянь хорошої якості. В подальшому, її можна використати на різних етапах роботи: як на етапі знаходження ваг елементів моделі, так і на знаходженні локальних пріоритетів.

Наступний етап служить для підрахунку локальних ваг і для довірчих інтервалів локальних ваг елементів моделі. Основною ідеєю методу підрахунку довірчих інтервалів, що описаний в [22], лежить гіпотеза, що думки обраного експерта лиш якоюсь мірою можуть відобразити відношення між вагами елементів моделі, які є насправді, а саме тому в них є невизначеність. Вони не залежать від того, наскільки вони узгоджені.

Останній (3-ій) етап показує нам об'єднання (агрегування) локальних ваг елементів моделі. Зазвичай використовується мультиплікативний та дистрибутивний методи агрегування, за умови що критерії за якими приймається рішення не є залежними. Якщо стикаємося з ситуацією, коли всі критерії взаємозалежні, то використовуємо гібридний метод, який описаний в [23]. Далі більш деталізовано роздивимось кожен з етапів.

#### 4.2.1. Оцінювання якості експертної інформації

Обмежено симетр. і додатн. матриця парних порівнянь  $D_{n \times n} = \{d_{ij} | i, j = 1, \dots, n\}$ ,  $d_{ij} > 0$ ,  $d_{ji} = \frac{1}{d_{ij}}$ ,  $i, j = 1, \dots, n$  далі будемо називати мультиплікативною матрицею парних порівнянь.

Матриця парних порівнянь називається узгодженою, якщо  $D_{n \times n} = \{ d_{ij} | i, j = 1, \dots, n \}$ , і елементи її задовольняють умову  $d_{ij} = d_{ik}d_{kj}$  для  $\forall i, j, k = 1, \dots, n$ .

Порядково або слабко узгодженою називається матриця парних порівнянь  $D_{n \times n}$ , елементи котрої задовольняють порядкову транзитивність, а саме:

$$\begin{aligned} (d_{ij} > 1) \wedge (d_{jk} > 1) &\Rightarrow (d_{ik} > 1), (d_{ij} = 1) \wedge (d_{jk} > 1) \Rightarrow \\ \Rightarrow (d_{ik} > 1), (d_{ki} > 1) \wedge (d_{ij} = 1) &\Rightarrow (d_{kj} > 1), (d_{ij} = 1) \wedge (d_{jk} = 1) \Rightarrow \\ &\Rightarrow (d_{ik} = 1). \end{aligned}$$

Структурна схема алгоритму показана далі (Рисунок 3.1).

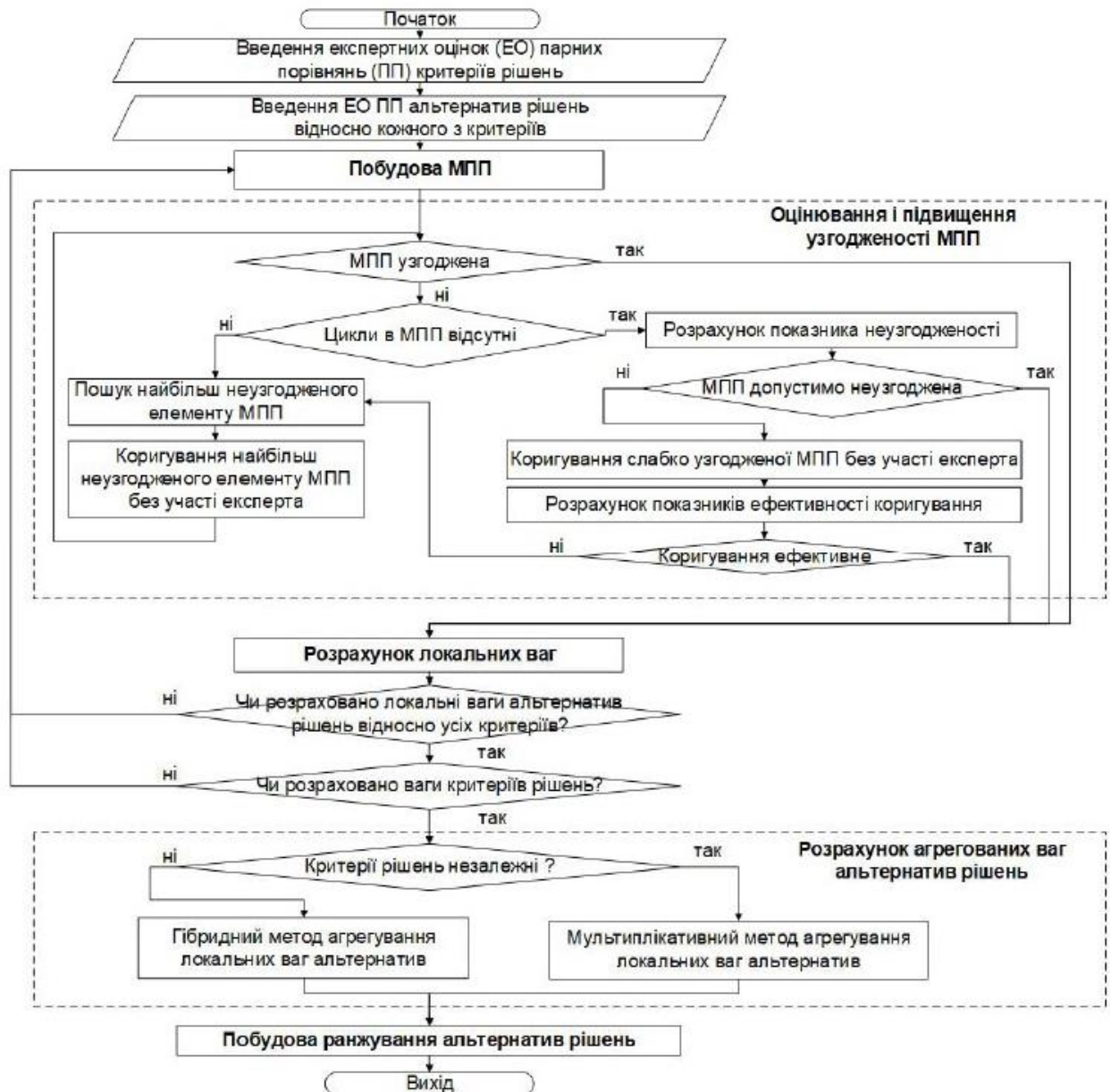


Рисунок 3.1 - Схема алгоритму оцінки важливості типу інформації в системі управління ланцюгом поставок

Матрицю парних порівнянь  $D_{n \times n}$  називають слабо неузгодженою або нетранзитивною, за умови, що є 3-ка інд. (i,j,k) яка порушує порядкову

транзитивність на множині порівнянь об'єктів. Циклом називається така трійка  $(i,j,k)$ , яка виконує цю умову в матриці парних порівнянь.

Сильно узгоджена матриця парних порівнянь  $D_{n \times n}$  являється і слабо узгодж.. Коли  $D_{n \times n}$  – матриця парних порівнянь неузгодж. слабо, тоді  $D_{n \times n}$  – неузгодж. сильно.

На алгоритмі (Рисунок 1) показано як знайти максимально неузгоджений елемент матриці парних порівнянь. Щоб досягти такої цілі можна застосувати метод під назвою *Transitiv*:

1. Для початку створимо мн-ну  $\Gamma = \{\Gamma_u\}$ , де  $\Gamma_u = \{d_{ii}, d_{jk}, d_{ik}\}$ ,  $u = 1, \dots, NT$  – для позначення транзитивності в матриці парних порівнянь,  $i, j, k = 1, \dots, n, i < j < k, NT = \frac{n!}{(n-3)!3!}, n \geq 3$ .

2. Маємо пару  $\Gamma_u = \{d_{ii}, d_{jk}, d_{ik}\}$ , необхідно створити таку матр.:

$$\begin{array}{ccc} 1 & d_{ii} & d_{ik} \\ 1/d_{ii} & 1 & d_{jk} \\ 1/d_{ik} & 1/d_{jk} & 1 \end{array} \text{ Далі необхідно обчислити її детермінант.}$$

$$\det(\Gamma_u) = \frac{d_{ij}d_{jk}}{d_{ik}} + \frac{d_{ik}}{d_{ij}d_{jk}} - 2, u = 1, \dots, NT.$$

3. Проведемо обрахунки  $S_{i,j} = \sum_{k=1}^n (\frac{d_{ij}d_{jk}}{d_{ik}} + \frac{d_{ik}}{d_{ij}d_{jk}} - 2)$ , всіх пар  $(i,j)$ .
4. Розрахуємо максимально неузгод. еіл-т при тому, що  $(i^*, j^*): \max_{i,j} S_{i,j}$ .

Якщо найбільша величина  $S_{i,j}$  досягається в кількох елементах  $d_{i^*j^*}$ , то посеред них можливо обрати елемент, в якому ми отримуємо максмальну величину.

$$\Delta S_{i,j} = \frac{1}{n-2} \sum_{k=1}^n (\ln(d_{i,j}) - \ln(d_{i,k} d_{i,j})), \text{ де } k \neq i \neq j.$$

Даний елемент у відповідності з максимальною неузгодженістю усієї матриці парних порівнянь. Інша методологія MOutflow пошуку максимально неузгодженого елемента матриці парних порівнянь має такі етапи [20]:

1. Обчислити вхідні  $\Phi_i^-$  і вихідні  $\Phi_i^+$  потоки для альт.  $a_i, i = 1, 2, \dots, n$ , якщо  $\Phi_i^-$  - це к-сть  $a_i$  при якій  $d_{ij} > 1$ .  $\Phi_i^-$  - це к-сть альт.  $a_j$  при яких  $d_{ji} > 1$ .
2. Знайти найбільш неузгоджений елемент  $d_{i^*j^*}$  МПП з умови  $d_{i^*j^*}: \max_{i,j} (\max(\Phi_j^+ - \Phi_i^+, \Phi_i^- - \Phi_j^-))$ , якщо  $i \neq j, d_{ji} > 1$ .

При умові, що найбільша величина отримується на більше ніж одному елементі  $d_{i^*j^*}$ , можна визначити посеред них елемент, за допомогою якого отримується максимальна величина всього виразу.

Коли ми маємо справу із слабоузгодженою матрицею парних порівнянь і використовуємо індикатор неузгодженості  $CR$ , тоді методологія підвищення узгодженості матриці парних порівнянь може бути записана таким шляхом:

1. Задається величина параметра  $0 < \alpha < 1$ .
2. Розраховується індикатор неузгодженості  $CR$  матриці парних порівнянь  $D$ . Циклічно проганяємо значення, доки  $CR > CR^{porog}$ :
  - 2.1. Розраховуємо вагу  $w = (w_1, \dots, w_n)^T$  опираючись на матрицю парних порівнянь  $D$ .
  - 2.2. Обчислити скориговану матрицю парних порівнянь  $D^* = (d_{ij}^*)$ :

мультиплікативний метод WMM:  $d_{ij}^* = (d_{ij})^\alpha \left(\frac{w_i}{w_j}\right)^{1-\alpha}$ ,  
 адаптивний метод WAM:  $d_{ij}^* = \alpha d_{ij} + (1 + \alpha) \frac{w_i}{w_j}$ , якщо  $i \leq j$ ,  
 $d_{ij}^* = \left(\alpha d_{ij} + (1 + \alpha) \frac{w_i}{w_j}\right)^{-1}$ , якщо  $i > j$ .

2.3.  $D := D^*$ . Для описаного алгоритму  $\lim_{k \rightarrow \infty} CR^{(k)} = 0$ .

Чим більше значення параметра, тим менше відхилення скоригованої матриці парних порівнянь від тієї, що була спочатку. З цього випливає, якнайбільша кількість ітерацій алгоритму потрібна задля того, щоб дійти до допустимої неузгодженості матриці парних порівнянь. У практичних задачах зазвичай використовується  $0.5 \leq \alpha < 1$

#### 4.2.2. Розрахунок агрегованих за моделлю ваг альтернатив рішень

В дистрибутивному методі агрегування локальних ваг  $w_{A_i}^{aggr} = \sum_{j=1}^M w_j^C r_{ij}$  та його модифікаціях може виникати явище реверсу рангів, яке небажане для ряду практичних задач [17]. Шляхом моделювання великої кількості тестових задач отримано, що мінімальна частота появи явища реверсу має місце в результаті використання мультиплікативного методу агрегування. Тому в пропонованому на рис.1 алгоритмі для розрахунку агрегованої ваги альтернативи  $a_i$  використовується мультиплікативний метод:



$w_i^{aggr} = \prod_{j=1}^M (v_{ij})^{w_j^C}$ , де  $v_{ij}$  - ненормована локальна вага альтернатива  $a_i$  за  $j$ -м критерієм,  $w_j^C$  - вага  $j$ -го критерію  $\sum_{j=1}^M w_j^C = 1$ .

Моделювання показало, що невелика частота появи явища реверсу рангів має місце також для наступного методу групового врахування бінарних відношень переваг альтернатив. Цей метод полягає у тому, що задача багатокритеріального оцінювання множини альтернатив розбивається на підзадачі, в кожній з яких лише дві альтернативи оцінюються за початковою множиною критеріїв. На основі  $N(N-1)/2$  підзадач розраховуються  $N(N-1)/2$  пар глобальних ваг альтернатив  $(w_{a_i}^{ik}, w_{a_k}^{ik})$ , де  $N$  – кількість альтернатив,  $w_{a_i}^{ik}$  - глобальна вага альтернатив  $a_i$  при одночасному розгляді тільки пари  $a_i$  та  $a_k$ ,  $i = \overline{1, N}, k = \overline{1, (N-1)/2}$ . Значення  $w_{a_i}^{ik}$  розраховується за модифікованим дистрибутивним методом:

$w_{a_i}^{ik} = \sum_{j=1}^M w_j^C * r_{ij}, r_{pj} = \frac{v_{pj}}{\max(v_{ij}, v_{kj})}, p \in \{i, k\}, (2)$ , де  $v_{ij}$  – ненормована локальна вага альтернатив  $a_i$  за  $j$ -м критерієм.

Знайдені часткові розв'язки об'єднуються шляхом побудови матриці  $P = (w_{a_i}^{ik}, w_{a_k}^{ik}), i, k = \overline{1, N}$ , яка має властивість МПП. Ваги, розраховані на основі матриці  $P$  – результуючі агреговані ваги альтернатив.

Відмінність пропонованого методу полягає у запровадженні іншого правила нормування (2), замість відомого правила  $r_{pj} = \frac{v_{pj}}{v_{ij} + v_{kj}}$ . Саме нормування до максимуму в (2) зменшує кількість випадків появи реверсу рангів.

#### 4.2.4 Розв'язання практичної задачі.

Застосуємо запропонований алгоритм (Рисунок 1) в розв'язку необхідного практичного завдання оцінки важливості інформації в системі управління ланцюжками поставок. Можна побачити програму системи підтримки прийняття рішень із ієрарх. моделлю задачі. ( Рисунок 3.2).

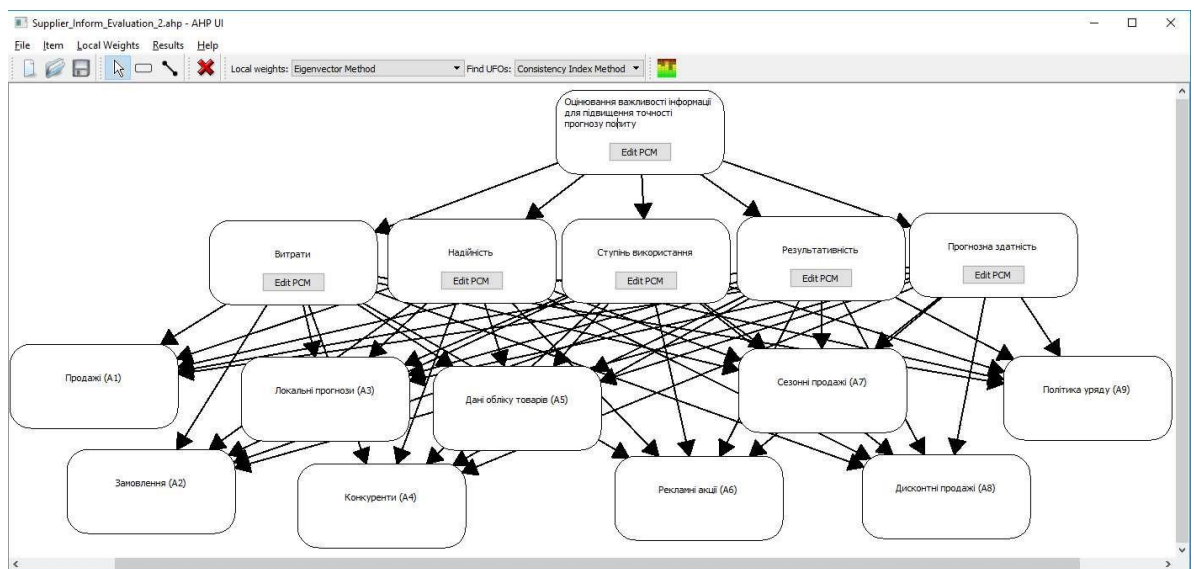


Рисунок.3.2 - Вікно з СППР для оцінки важливості типів інформації у системі управління ланцюгами поставок

Отримуємо і відображаємо оцінки парних порівнянь експерта, застосовуючи шкалу Сааті (Рисунок 3.3). Оцінки, які ми застосовуємо у нашому прикладі - це дані, які відображені в [16]. Така матриця парних порівнянь відображена (Рисунок 3.3). Підраховані величини місцевих пріоритетів (коефіцієнт відносної важливості чи ваг) (Рисунок 3.4). Оцінки (Рисунок 3.3, рисунок 3.4) не мають циклічностей, являються допустимо неузгодженими та погоджуючись з методологією, можуть бути використані

для підрахунку ваг. Показано (Рисунок 3.5) ситуацію експертної оцінки недопустимої якості: індикатор неузгодженості = 0.305 і переступає границю допустимої неузгодженості; а також матриця парних порівнянь не являється слабо узгодженою. У даній ситуації активується клавіша підвищення узгодженості матриці. Програма не застосовуючи експерту думку обирає максимально неузгодженості елементу (і відмічає його помаранчевим кольором) (Рисунок 3.5)) та дає варіант нового значення для нього (Рисунок 3.6). За допомогою цього значення підвищується узгодженість усієї множини експертних оцінок.

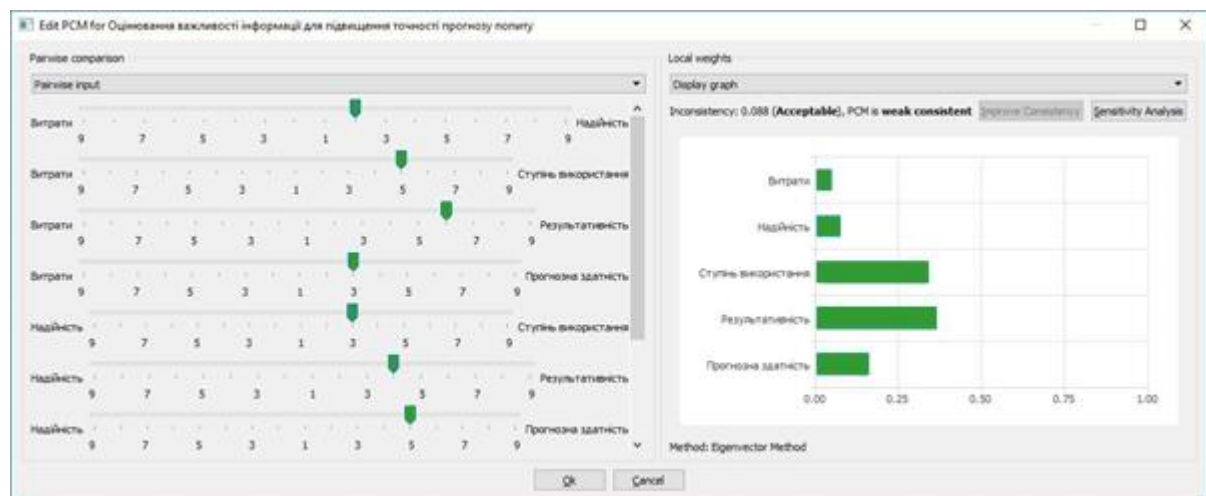


Рисунок 3.3 - Шкала Сааті та експертне оцінювання елементів моделі

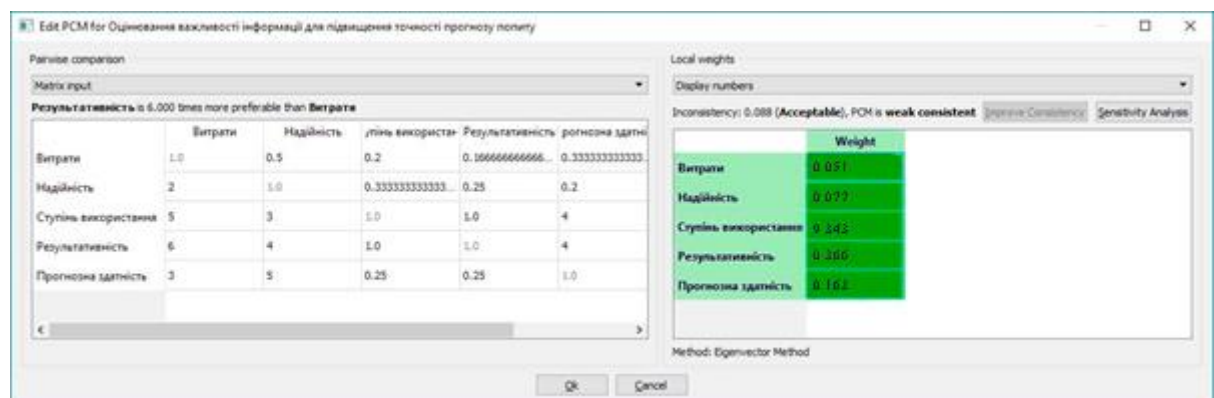


Рисунок 3.4 - Матриця парних порівнянь та локальні ваги елементів

## моделі

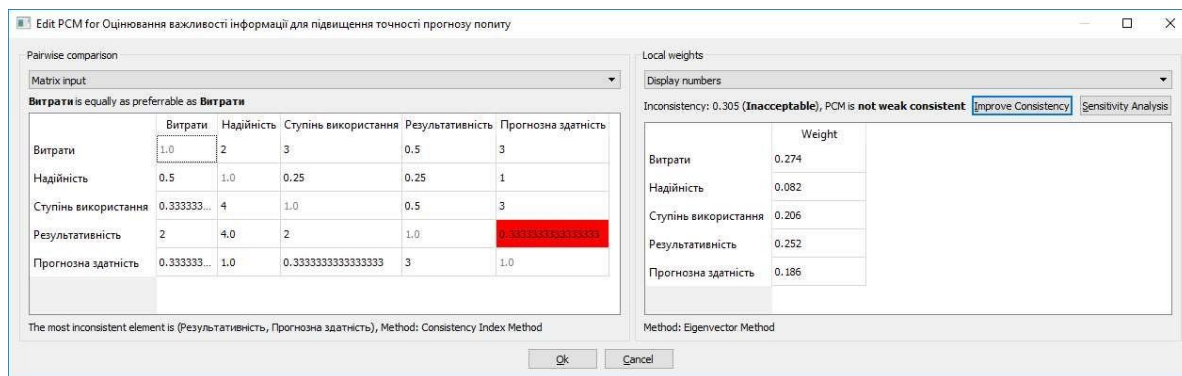


Рисунок 3.5 - Високий рівень неузгодженості матриці парних порівнянь

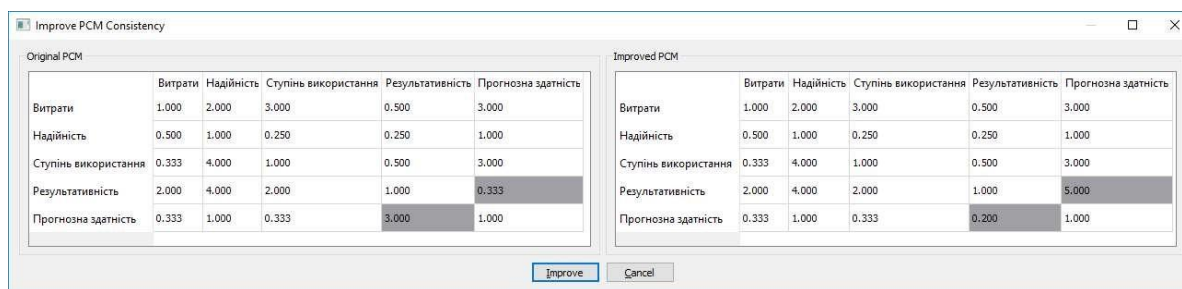


Рисунок 3.6 - Редагування максимально неузгодженого елемента матриці парних порівнянь

Використання методології оцінки і підвищення узгодженості матриці парних порівнянь усіма матрицями моделі, що побудована робить можливим відсутність участі експерта при процесі отримання матриці парних порівнянь достатньої якості та розрахунку ваг усіх елементів моделі.

В системах підтримки прийняття рішень було використано кілька методологій знаходження локальних ваг, серед них такі як: арифметичне нормування Arithmetic Normalization Method, метод головного власного вектору Eigenvector Method, метод DSAHP Method, метод геометричного середнього Row Geometric Mean Method. Відображені (Рисунок 3.7) ваги, які отримані в результаті обчислення методами, про які сказано вище на основі матриці парних порівнянь (Рисунок 3.6). Порівнявши результуючі ваги (Рисунок 3.7) можна

зробити висновок, що методи, які відрізняються дали дуже схожі локальні ваги і схожі ранжування. Із цього випливає, незважаючи на методи, максимально значущими показниками, який робить вплив на двосторонній обмін інформацією в ланцюгах поставок - це результативність інформації та те, наскільки вона використовується. Менш впливовий показник – це здатність до прогнозу на основі інформації. Аутсайдерські позиції займають показники надійності інформації та затрат на те, щоб її отримати.. В цих даних довірчі інтервали для ваг, що обчислюються по методології DSAHP - мають точкові ваги використовуючи метод головного власного вектору та геометричного середнього.

Local weights

Display numbers

Inconsistency: 0.304 (Acceptable), PCM is weak consist

	Weight
Витрати	0.054
Надійність	0.077
Ступінь використання	0.343
Результативність	0.377
Прогнозна здатність	0.149

Method: Row Geometric Mean Method

Local weights

Display numbers

Inconsistency: N/A

	Lower	Upper
Витрати	0.044	0.060
Надійність	0.068	0.091
Ступінь використання	0.300	0.424
Результативність	0.323	0.444
Прогнозна здатність	0.143	0.266

Method: DSAHP Method

Local weights

Display numbers

Inconsistency: 0.039 (Acceptable), PCM is weak consist

	Weight
Витрати	0.063
Надійність	0.076
Ступінь використання	0.370
Результативність	0.306
Прогнозна здатність	0.108

Method: Arithmetic Normalization Method

Рисунок 3.7 - Локальні ваги критеріїв рішень, отримані різними методами

Було знайдено локальні ваги, взявши за основу експертні оцінки парних порівнянь. Якщо був виявлений великий рівень неузгодженості матриці парних порівнянь, то робилося її редагування за методом, що був розглянутий вище. Розглянемо локальні ваги критеріїв рішень, отримані різними методами (Таблиця 4.1).

Результати на основі інтервальних матриць парних порівнянь наведені (Рисунок 3.8 – 3.10). Для порівняння, показано (Рисунок 3.11) локальні ваги критеріїв методом Eigenvector Method.

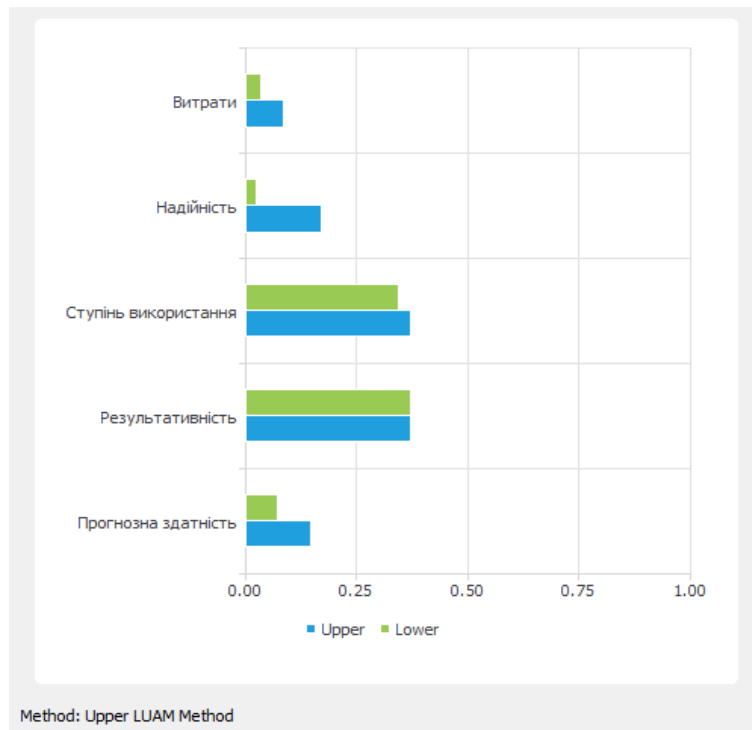


Рисунок 3.8 - Локальні ваги критеріїв методом «LUAM верхня модель»

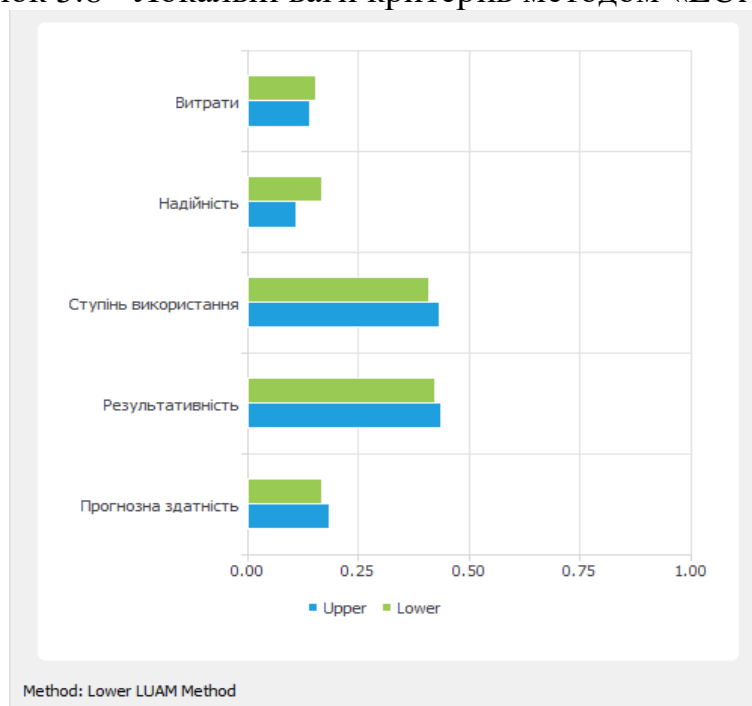


Рисунок 3.9 - Локальні ваги критеріїв методом «LUAM нижня модель»

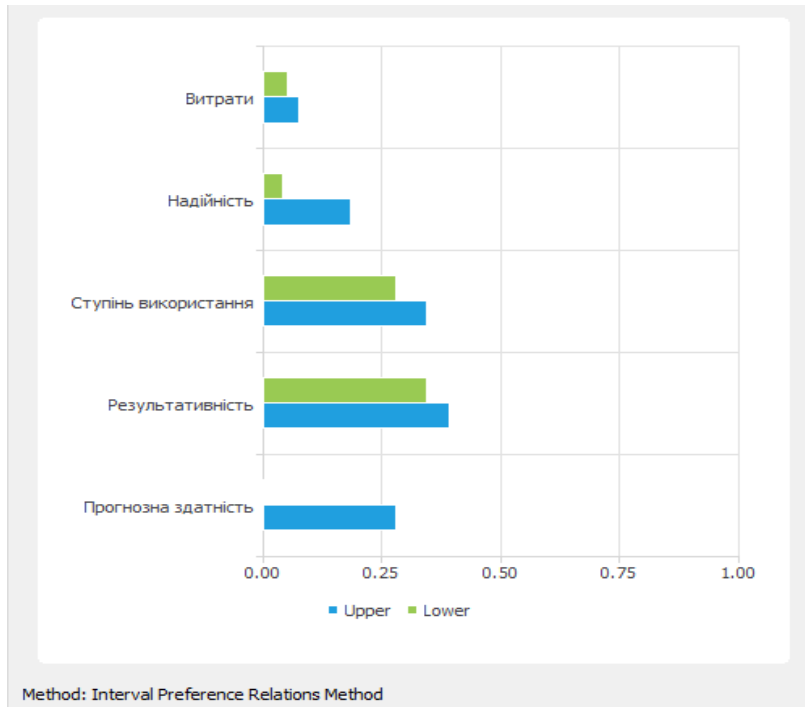


Рисунок 3.10 - Локальні ваги критеріїв методом «Interval Preference Relations Method»

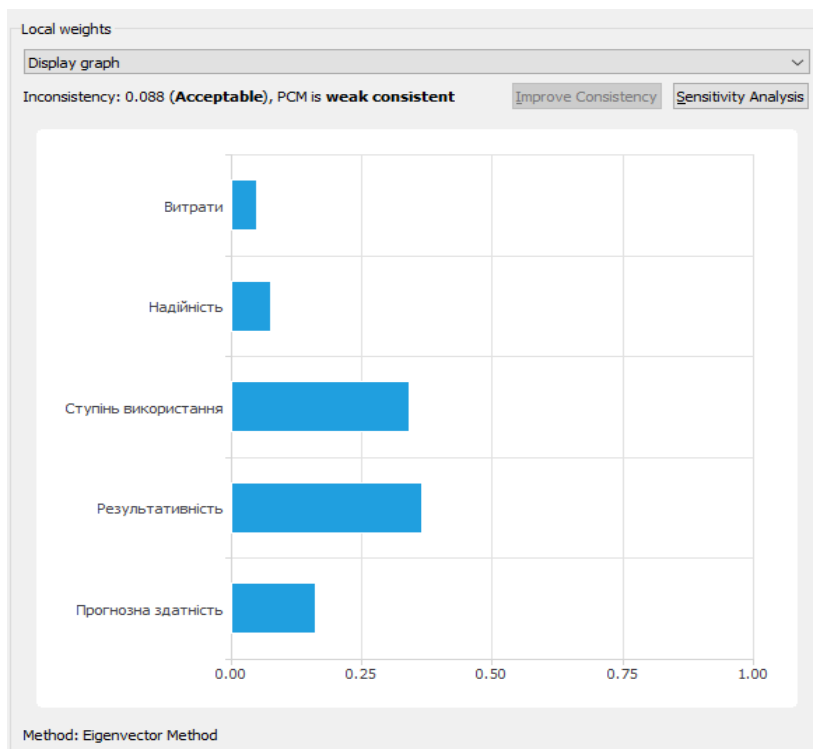


Рисунок 3.11 - Локальні ваги критеріїв методом Eigenvector Method

Таблиця 4.1 - Локальні ваги критеріїв рішень, отримані різними методами

Метод Критерій	Eigenvector Method	Row Geometric Mean Method	Arithmetic Normalization Method	DSAHP Method
Витрати	0.051	0.054	0.061	l:0.044,u:0.168
Надійність	0.077	0.077	0.076	l:0.068,u:0.191
Ступінь використання	0.343	0.0343	0.0370	l:0.300,u:0.424
Результативність	0.366	0.377	0.386	l:0.321,u:0.444
Прогнозна здатність	0.163	0.149	0.108	l:0.143,u:0.266

Таблиця 4.2 - Інтервальні локальні ваги критеріїв рішень, отримані різними методами

Метод Критерій	Interval Preference Relations Method	LUAM нижня модель	LUAM верхня модель	Eigenvector Method
Витрати	l:0.053,u:0.076	l:0.140,u:0.155	l:0.037,u:0.086	0.051
Надійність	l:0.043,u:0.186	l:0.109,u:0.168	l:0.024,u:0.173	0.077



Продовження таблиці 4.2

Ступінь використання	l:0.280,u:0 .345	l:0.408,u:0 .434	l:0.345,u:0 .371	0.3 43
Результатив ність	l:0.345,u:0 .393	l:0.423,u:0 .435	l:0.371,u:0 .371	0.3 66
Прогнозна здатність	l:0,u:0.280	l:0.170,u:0 .186	l:0.074,u:0 .147	0.1 63

Знайдені локальні ваги всіх варіантів інформації за різними критеріями рішень (Рисунок 3.12). Щоб вичислити агреговані ваги елементів моделі було застосовано мультиплікативний метод (Рисунок 3.13). Виявили, що максимально значимою для збільшення точності прогнозу попиту споживачів у цій задачі являється інформація із маркетингових проектів(реклама) (показник 0.286). На місцях нижче, розташовані ваги: інформації про продукти конкуруючих компаній (показник 0.199), замовлення (показник 0.156) і локального передбачення, що були надані цільовою аудиторією (показник 0.117). Політична інформація (показник 0.073), реалізація (показник 0.065), інформація про контроль товарів (показник 0.055), інформація про пору року (показник 0.033) та знижки (показник 0.016) опинилися мінімально значущими.



Рисунок.3.12 - Локальні ваги типів інформації за критеріями рішень

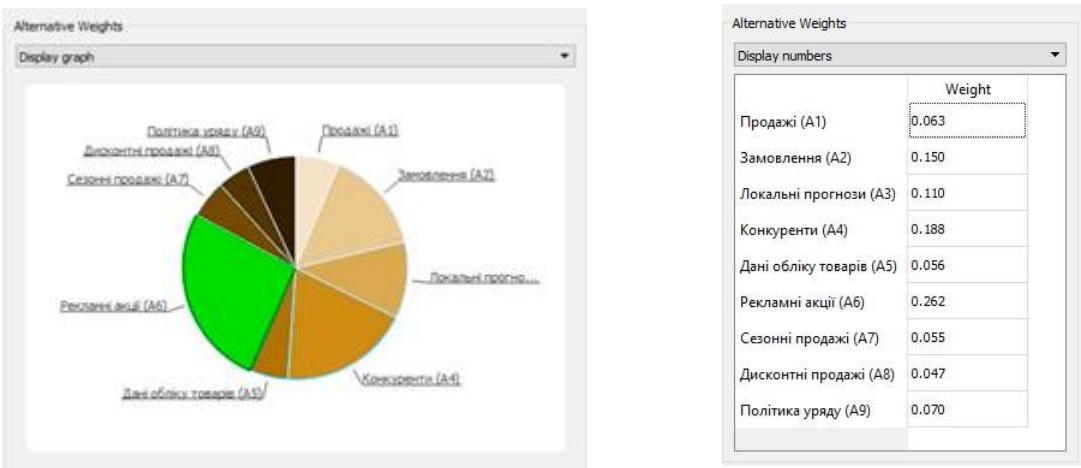


Рисунок 3.13 - Агреговані ваги типів інформації в системі управління ЛП

### 4.3 Висновки за розділом

В розділі запропоновано алгоритм аналізу системи управління ланцюгом поставок на основі ієрархічної моделі підтримки прийняття рішень. Показано функціональні можливості розробленої системи підтримки прийняття рішень для розв’язання багатокритеріальних задач, коли вхідною інформацією слугують оцінки суб’єктів ланцюга поставок. В даному розділі використано експертні оцінки, наведені в [16]. Результати розв’язання практичної задачі запропонованим алгоритмом узгоджуються з результатами, отриманими в [16]. Серед переваг даного алгоритму – те, що він використовується для більш широкого класу задач підтримки прийняття рішень, зокрема коли частина експертних оцінок недостатньо узгоджена. В цьому випадку алгоритм без участі експерта знаходить найбільш неузгоджені його оцінки і коригує множину оцінок різними методами залежно від властивостей відповідних матриць парних порівнянь. Пропонований алгоритм включає декілька методів розрахунку локальних ваг елементів моделі і різні методи агрегування цих ваг, що підвищує достовірність отриманих результатів. Перспективами подальших досліджень бачиться розширення цього алгоритму шляхом включення засобів теорії нечітких множин для більш адекватної обробки експертних оцінок, а також методів аналізу чутливості отриманих результатів.

## **РОЗДІЛ 5. РОЗРОБЛЕННЯ СТАРТАП-ПРОЕКТУ**

### **5.1 Опис ідеї проекту**

Як було сказано раніше, управління ланцюгами поставок — потужний інструмент для виживання на конкурентному ринку. Підприємство, що має бажання проводити управління ланцюгами поставок, має потребу в обмін інформацією в режимі реального часу і створенні колегіальних рішень всіма без винятку учасниками процесу. Цей процес має бути централізованим, однозначним, для того щоб швидко впроваджувались зміни в роботі.

Виходячи з наведених міркувань, постає очевидна необхідність у створенні програмного продукту для таких потреб.

Основна ідея продукту — це закладення в функціонал інноваційної технології оцінювання пріоритетності інформаційної потреби в системі обміну інформацією між учасниками ЛП на основі МППР, розроблюваної в рамках даного дослідження (Таблиці 4.1-4.2).

Таблиця 4.1 — Опис ідеї стартап-проекту

Зміст ідеї	Напрямки застосування	Вигоди для користувача
Оцінювання пріоритетності інформаційної потреби в системі обміну інформацією між учасниками ЛП	<p>Управління переміщенню матеріального потоку ланцюга поставок</p> <p>Планування поповнення товарів</p> <p>Більш ефективно прогнозування споживчого попиту</p>	<p>Це інновативна техніка. Стабілізація процесу виробництва, здійснювання його з мінімальними витратами і забезпечення в найкоротший термін, задоволення всіх запитів замовників.</p>

Таблиця 4.2 — Визначення сильних, слабких та нейтральних характеристик ідеї проекту

№ п/п	Техніко-економічні характеристики ідеї	(потенційні) товари конкурентів			W (слабк а стор он а)	N (ней трал ьна стор она)	S (сил ьна стор она)
		Мій проект	ФОЛІО УЛП	SAP УЛП			
1.	Витрати робочих годин за одиницю часу на 10 робітників на розробку нових проектів	545	600	565			+
2.	Витрати робочих годин за одиницю часу на 10 робітників на зміни в існуючому функціоналі	480	495	505			+
3.	Витрати робочих годин за одиницю часу на 10 робітників на управління, обробку вимог, мітинги	270	280	230		+	

## 5.2 Технологічний аудит проекту

За мережевою архітектурою можна виділити два великих підходи до створення додатку для управління проектами (Таблиця 4.3).

Desktop (Настільні) — Програмне забезпечення знаходиться на робочому столі кожного користувача. Це надає найбільш гнучкий інтерфейс. Такі програми зазвичай дозволяють зберігати інформацію в файл, який в подальшому може бути викладений в загальний доступ для інших користувачів або ж дані зберігаються в центральній базі даних.

Web-based (Веб-інтерфейс) — Програмне забезпечення є веб-додатком, доступ до якого здійснюється за допомогою браузера. Перевагами такого типу є те, що доступ може бути здійснений з будь-якого комп'ютера, не потрібна установка додаткових додатків, можливість простого налаштування контролю доступу. Серед недоліків — швидкість роботи нижче, ніж у звичайних додатків. Крім того, проблеми з доступом до сервера або його вихід з ладу ведуть до повної недоступності інформації.

Таблиця 4.3 — Технологічна здійсненність ідеї проекту

<i>№ п/п</i>	<i>Ідея проекту</i>	<i>Технології її реалізації</i>	<i>Наявність технологій</i>	<i>Доступність технологій</i>
1	Веб-додаток	Наявність розроблених математичних алгоритмів, метрик,  команди розробників веб-додатку, мобільного додатку та серверної частини з базою даних,	Наявні	Доступні
2	Програма для кожної операційної системи	Наявність розроблених математичних алгоритмів, метрик,  команди розробників Python, C++, C#, Objective-C, мобільного додатку — Java, Swift, та серверної частини з базою даних, наявність хмарних обчислювальних та зберезувальних ресурсів для масштабування проекту	Наявні	Доступні
Обрана технологія реалізації ідеї проекту: Веб-додаток				

Для реалізації будь-яким наведеним шляхом наявні і доступні необхідні ресурси. В цілому, проект може бути реалізовано.



### 5.3 Аналіз ринкових можливостей запуску стартап-проекту

Таким чином, обраний продукт для реалізації — оцінка пріоритетності того чи іншого типу інформації в системі взаємного обміну інформацією між учасниками ЛП для отримання більш точного прогнозу споживчого попиту.

Виходячи з цього, оцінювання ринку рентабельності цілком схоже із рентабельністю будь-якого web-додатку. Безперечно, в зв'язку з розвитком ринку послуг по всьому світу[33], на сьогодні ринок подібних систем розвивається дуже швидко: тільки компанія SAP з її продуктом SAP ERP має 183 тис. корпоративних клієнтів серед світових компаній всіх розмірів.

За умови урахування великої кількості вимог ринку, та за умови безкомпромісної роботи з пошуку компаній-клієнтів, рентабельність бізнесу може бути дуже високою, а за провалу продаж — нульовою, оскільки розробка мінімального корисного продукту може бути реалізована безкоштовно співзасновниками стартапу, на основі їх особистої впевненості та мотивації.

Таблиця 4.4 — Попередня характеристика потенційного ринку стартап-проекту

№ п/п	Показники стану ринку (найменування)	Характеристика
1	Кількість головних гравців, од	100-500
2	Загальний обсяг продаж, грн/ум.од	2-7 млрд. дол. США
3	Динаміка ринку (якісна оцінка)	Зростає

Продовження таблиці 4.4

4	Наявність обмежень для входу (вказати характер обмежень)	Клієнти суттєво більш прихильні до старих популярних продуктів; необхідність фінансування кампанії з популяризації
5	Специфічні вимоги до стандартизації та сертифікації	—
6	Середня норма рентабельності в галузі (або по ринку), %	20 — 100%

За попереднім оцінюванням, ринок є привабливим для входження. Дослідження детальних потреб ринку наведено у Таблиці 4.5.

Таблиця 4.5 — Характеристика потреб ринку

№ п / п	Потреба, що формує ринок	Цільова аудиторія (цільові сегменти ринку)	Відмінності у поведінці різних потенційних цільових груп клієнтів	Вимоги споживачів до товару
1	Інструмент для контролю перебігу виконання поставок	Всі компанії, крім компаній дуже малого розміру	Продуктові та аутсорсингові компанії, мають відмінні бізнес процеси	Продуктові компанії мають більш суворі вимоги до якості продукту та більш широкий спектр відповідальності за продукт
2	Інструмент для планування	Крім компаній дуже малого розміру	Продуктові та аутсорсингові компанії, як було показано, мають відмінні бізнес процеси	Аутсорсинговим компаніям більш важлива гнучкість планування

Продовження таблиці 4.5

3	Централізований контроль ресурсів (ERP)	Середні та великі компанії	Продуктові та аутсорсингові компанії, як було показано, мають відмінні бізнес процеси	Дохід аутсорсингової компанії залежить лише від виконаної роботи, і не залежить від маркетингу
4	Організація зворотнього зв'язку між розробниками даної компанії та користувачами розроблених нею продуктів	Компанії всіх розмірів, як правило, більшість продуктів їх	Володіння продуктом покладає на компанію необхідність займатися збором та обробкою вимог від її безпосередніх користувачів	Наявність модуля коментарів/відгуків/автоматичного створення нових задач

Проведений аналіз факторів, що впливають позитивно та негативно на впровадження продукту на ринку. Отримані результати подано у Таблиці 4.6,

Таблиця 4.6 — Фактори загроз

№ п/п	Фактор	Зміст загрози	Можлива реакція компанії
1	Клієнти не розглядають управління ланцюгами поставок як суттєву перевагу	Клієнти не схильні вибирати даний продукт на основі його ключової переважання, оскільки не мають уявлення про потенційний позитивний вплив на їх роботу	Проведення досліджень та представлення клієнтам детальних розрахунків, наскільки вони можуть збільшити свій дохід при використанні пропонованої техніки порівняно зі звичайним.
2	Ресурси стартапу закінчуються до того, як буде реалізовано мінімальний привабливий для ринку продукт	Ресурси стартапу закінчуються до того, як буде реалізовано мінімальний привабливий для ринку продукт	Залучення в команду розробки високодосвідчених менеджерів керування проектом

Таблиця 4.7 — Фактори можливостей

№ п/п	Фактор	Зміст можливості	Можлива реакція компанії
1	Стартап-інкубатори	Для прискорення ранніх стадій розробки, стартап може знайти собі інвесторів серед спеціалізованих компаній	Активна участь в програмах для стартапів, створення великої кількості зв'язків

#### 5.4. Висновки за розділом

Реалізація запропонованого підходу можлива у якості програмного продукту, споживачами якого є компанії різного розміру та структури. Ринок для подібних продуктів лише формується та перспективи його зросту вкрай високі. Однаково важливою для користувачів є реалізація як у вигляді веб-додатку, так і у вигляді програми для будь-якої операційної системи.

Продукт орієнтований на ринок B2B. Тому монетизація додатку може бути оформлення у вигляді підписки на доступ до веб-сервісу із вартістю, що збільшується в залежності від кількості споживачів

## ВИСНОВКИ

В дисертації проведено огляд методів управління ланцюгами поставок підприємства. Встановлено роль та види управління ланцюгами поставок в управлінні підприємством.

Запропоновано алгоритм аналізу системи управління ланцюгом поставок на основі ієрархічної моделі підтримки прийняття рішень. Показано функціональні можливості розробленої системи підтримки прийняття рішень для розв'язання багатокритеріальних задач, коли вхідною інформацією слугують оцінки суб'єктів ланцюга поставок.

Результати розв'язання практичної задачі запропонованим алгоритмом узгоджуються з результатами, отриманими в [16]. Серед переваг даного алгоритму – те, що він використовується для більш широкого класу задач ППР, зокрема коли частина експертних оцінок недостатньо узгоджена. В цьому випадку алгоритм без участі експерта знаходить найбільш неузгоджені його оцінки і коригує множину оцінок різними методами залежно від властивостей відповідних матриць парних порівнянь. Пропонований алгоритм включає декілька методів розрахунку локальних ваг елементів моделі і різні методи агрегування цих ваг, що підвищує достовірність отриманих результатів. Перспективами подальших досліджень бачиться розширення цього алгоритму шляхом включення засобів теорії нечітких множин для більш адекватної обробки експертних оцінок, а також методів аналізу чутливості отриманих результатів.

## ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАНЬ

1. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий. М.: Радио и связь, 1993. 320 с.
2. Панкратова Н. Д., Недашківська Н. І. Моделі і методи аналізу ієрархій: Теорія. Застосування: Навчальний посібник. Київ: ІВЦ «Видавництво «Політехніка», 2010. 371 с.
3. Недашківська Н.І. Системи підтримки прийняття рішень: Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт для студентів спеціальностей «Системний аналіз і управління», «Соціальна інформатика». Київ: ІВЦ «Видавництво «Політехніка», 2010. 100 с.
4. Leffingwell D. Agile Software Requirements: Lean Requirements Practices for Teams, Programs, and the Enterprise. London : Addison-Wesley Professional, 2010. 560 p.
5. Reinertsen D. G. The Principles of Product Development Flow: Second Generation Lean Product Development. Texas: Celeritas Publishing, 2009. 304 с.
6. Bauersoks D.Dg., Kloss D. Dg. “Logistics. Integrated supplier chain”. М.:OLIMP-BISNES, 2008. 640 p.
7. Иванов Д.А. Управление цепями поставок. СПб.: Издательство Политехнического университета, 2009. 660 с.

8. Dibskaya V.V., Zajcev E.I., Sergeev V.I., Sterligova A.N. "Logistics". М.: Eksmo, 2008. 944 p.
9. Гатторна Дж. Управление цепями поставок. М.: ИНФРА-М, 2008. 670 с.
10. Саати Т.Л. Принятие решений при зависимостях и обратных связях: Аналитические сети. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009. 360 с.
11. Мясникова О.В. Распределительная логистика: учеб. пособие. Минск: Вышэйшая школа, 2016. 382 с.
12. Недашківська Н. І. Методологія та інструментарій підтримки прийняття рішень на основі ієрархічних та мережевих моделей, Київ, 2018. 407 с.
13. Недашківська Н.І. Системний підхід до підтримання прийняття рішень на основі ієрархічних та мережевих моделей. Київ, 2018, 18 с URL: <http://journal.iasa.kpi.ua/article/view/126587/123503> (дата звернення 17.08.2019)
14. Qorri A., Mujkić Z., Kraslawski A.. A conceptual framework for measuring sustainability performance of supply chains. *New York: Journal of Cleaner Production*, 10 July 2018, 570-584 pp.
15. Hosseini S., Ivanov D., Dolgui A.. Review of quantitative methods for supply chain resilience analysis. Germany: Elsevier 2019, 285-307 pp.
16. Недашківська Н.І. Управління ланцюгами поставок на основі ієрархічної моделі підтримки прийняття рішень. KPI Science News, 2019, №4, с.24 – 34.



17. Lima-Junior F. R., Carpinetti L.C.R. “Quantitative models for supply chain performance evaluation: A literature review”, November 2017, 333-346 pp. doi: 10.1016/j.cie.2017.09.022
18. Pankratova N.D., Nedashkovskaya N.I. Methods of evaluation and improvement of consistency of expert pairwise comparison judgements. International Journal «Information Theories and Applications». 2015. Vol.22, No.3. pp. 203-223.
19. Тоценко В.Г. Методы и системы поддержки принятия решений. Алгоритмический аспект. К.: Наукова думка, 2002. 381 с.
20. Недашковская Н.И. Модели парных сравнений на основании интервальных оценок экспертов. Київ: Збірник наукових праць. 2015. Випуск 15. С.121 – 137.
21. Недашковская Н.И. Метод оценивания неопределенности экспертных оценок парных сравнений при вычислении весов альтернатив решений. Київ: Збірник наукових праць. 2015. №5. С. 130 – 142.
22. Nedashkovskaya N.I. Method for Evaluation of the Uncertainty of the Paired Comparisons Expert Judgements when Calculating the Decision Alternatives Weights. Journal of Automation and Information Sciences. 2015. Vol. 47, No. 10. P.69 – 82.
23. Недашківська Н.І. Метод узгоджених парних порівнянь при оцінюванні альтернатив рішень за якісним критерієм. Київ: Збірник наукових праць. 2013. №4. С.67 – 79.

24. Что такое УЛП. URL: [https://www.lobanov-logis.ru/library/all\\_articles/54282/](https://www.lobanov-logis.ru/library/all_articles/54282/)  
(дата звернения 10.10.2019)
25. Преимущества оптимизации цепочки поставок. URL:  
[https://studwood.ru/876291/marketing/preimuschestv\\_optimizatsi\\_tsepochki\\_p\\_ostavok](https://studwood.ru/876291/marketing/preimuschestv_optimizatsi_tsepochki_p_ostavok) (дата звернения 23.09.2019)
26. Цепочки поставок и информационные системы. URL:  
<https://www.cin.ru/chuvakhin/УЛП2.shtml> (дата звернения 03.11.2019)
27. Основные концепции поддержки принятия решений при управлении цепями поставок. URL: [https://laws.studio/transportnaya-logistika\\_1279/osnovnyie-kontsepsi-podderjki-prinyatiya-57010.html](https://laws.studio/transportnaya-logistika_1279/osnovnyie-kontsepsi-podderjki-prinyatiya-57010.html) (дата звернения 04.09.2019)